차 례

상식

머 리 말

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《수학은 모든 자연과학의 기초로 될뿐아니라 사회현상을 연구하는데서도 중요한 수단으로 됩니다. 수학교육을 강화하는것은 자라나는 새 세대들의 과학적인 사고능력을 키워주는데서 중요한 의의를 가집니다.》

정보산업시대, 과학과 기술의 시대는 수학의 지식과 방법을 모르고서는 현대과학과 기술을 배울수도 없고 발전시킬수도 없다.

그것은 수학이 모든 자연과학의 기초로 될뿐아니라 사회현상을 연구하는데서도 중요한 수단으로 되기때문이다.

수학교육을 강화하면 자라나는 새 세대들의 과학적인 사고력을 키워주어 그들의 창조적응용능력을 높은 수준에로 올려세울수 있다.

수학을 잘 배워 그 지식과 방법을 잘 익히면 머리를 쓰는 힘이 커져서 아무리 복잡한 문제라도 그것을 해결할 합리적인 방도를 찾을수 있고 세계적인 발견과 발명도 척척 해나갈수 있다.

2학년 수학에서는 1학년에서 배운 수학에 기초하여 비례관계, 1차식을 배우고 그것을 써서 1차방정식과 1차안같기식, 련립방정식을 배운다.

그리고 원과 닮은 도형, 공간도형과 같이 중요한 기초도형들을 배우며 소학교에서 배운 경우의 수와 자료다루기를 더 자세히 배우게 된다.

이것은 수학의 중요한 지식으로 될뿐아니라 웃학년에서 배우는 수학학습의 기초로 된다.

우리는 위대한 령도자 **김정일**원수님의 뜨거운 사랑과 크나큰 배려를 가슴깊이 간직하고 조선을 위하여 배우고 또 배워 선군시대의 요구에 맞게 사회주의강성대국건설에 이바지할수 있는 수학지식과 방법을 소유하고 창조적응용능력을 키우기 위하여 적극 노력하여야 한다.

제1장. 비와 비례

제1절. 비와 비례식

1. 비

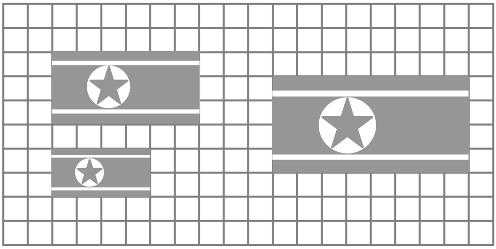


그림 1－1

조선민주주의인민공화국 사회주의헌법에는 우리 나라 기발의 세로와 가로의 비가 1∶2라고 규정되여있다.

기발의 세로와 가로의 비가 1 ∶ 2라는것은 세로를 1로 볼 때 가로가 2라는 관계에 있다는 뜻이다.

알아보기 1) 기발의 세로를 15cm라고 하면 가로는 얼마인가?

2) 세로를 30cm라고 하면 가로는 얼마인가?

두 수 또는 같은 종류의 두 량을 비교할 때 흔히 비라는 말을 쓴다.

> 두 수(또는 두 량)를 비교할 때 한 수(또는 한 량)를 a라고 보면 다른 수(또는 다른 량)는 b라는 관계에 있다는것을
>
> $$a : b$$
>
> 와 같이 쓰고 이것을 **비**라고 부른다. 그리고 《a 대 b》 또는 《a와 b의 비》라고 읽는다.
>
> $$a \;:\; b$$
>
> 앞마디 비기호 뒤마디

a ∶ b를 《b에 대한 a의 비》라고 부를 때도 있다.

량들의 비는 보통 단위를 같아지게 고쳐서 고찰한다.

문제

1. 다음것을 비기호를 써서 표시하여라.

1) 3대 8　　　　　　2) 0.5와 0.8의 비

3) 5m와 7.2m의 비　　　4) 40분과 50분의 비

2. 다음것을 비기호를 써서 표시하고 앞마디와 뒤마디를 말하여라.

1) $7\frac{3}{5}$m와 450cm의 비　　　　2) 670kg과 1t의 비

3) 30초와 2분 10초의 비

3. 모래와 세멘트의 섞음비가 3 : 2이다.

모래가 3t이면 세멘트를 얼마 섞어야 하는가?

해보기 3각형의 밑변과 높이의 비가 $a:b$이다. $a=40$cm이고 $b=16$cm일 때 밑변은 높이의 몇배인가?

비 $a:b$에서 앞마디를 뒤마디로 나눈 상 $\frac{a}{b}$를 그 **비의 값**이라고 부르고 다음과 같이 쓴다.

$$a:b=\frac{a}{b}$$

두 비 $a:b$와 $c:d$의 값이 같을 때 **두 비는 같다**고 말하고 다음과 같이 표시한다.

$$a:b=c:d \Leftrightarrow \frac{a}{b}=\frac{c}{d}$$

례 1. 5와 2의 비의 값은

$$5:2=\frac{5}{2}=2.5$$

문 제

1. 다음 비의 값을 구하여라.

1) 5 : 2　　　　　　2) −3 : 9

3) 8시간 : 36시간　　　4) $1\frac{2}{5} : -3\frac{1}{2}$

2. 다음것을 비기호로 쓰고 그 값을 구하여라.

1) 4에 대한 10의 비　　2) -0.5에 대한 0.3의 비

3) 30분에 대한 50분의 비　　4) 32g의 1.2kg에 대한 비

3. 다음 비들가운데서 같은 비를 골라내여라.

1) $27:45$　　2) $21:35$

3) $14:42$　　4) $15:25$

4. 한 학급의 학생수가 35명이다. 그가운데서 최우등생이 20명이고 나머지는 우등생이다. 전체 학생수에 대한 최우등생과 우등생의 비를 각각 쓰고 그 값을 구하여라.

알아보기 다음 비들이 같은가?

$$6:4,\quad 6\times2:4\times2,\quad \frac{6}{2}:\frac{4}{2}$$

비의 기본성질

$$a:b=ca:cb\ (c\neq0)$$

$$a:b=\frac{a}{c}:\frac{b}{c}\ (c\neq0)$$

비의 기본성질을 써서 비를 간단한 옹근수의 비로 그 모양을 고치는것을 **비를 간단히 한다**고 말한다.

례 2. 1) $0.75:1.25=75:125=3:5$

2) $3\frac{1}{3}:1\frac{2}{5}=\frac{10}{3}:\frac{7}{5}=50:21$

문 제

다음 비들을 간단히 하여라.

1) $500:250$　　2) $0.015:0.005$

3) $-0.6:1.5$　　4) $\frac{5}{6}:1\frac{3}{4}$

두 수 또는 두 량의 비와 같이 세 수 또는 세 량의 비도 생각할수 있다.

> 세 량 a, b, c를 비교할 때 $a:b$, $b:c$이면 비교하는 량들을 비기호로 이어서
>
> $$a:b:c$$
>
> 와 같이 쓴다.
>
> 이와 같은 비를 **련비**라고 부른다.

례 3. 세멘트와 모래의 비가 1∶2, 모래와 자갈의 비가 2∶3 일 때 세멘트, 모래, 자갈의 비는 1∶2∶3

련비의 값은 생각할수 없다.

련비에서도 비의 매개 마디에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 비의 매개 마디를 같은 수로 나누어도 그 비는 변하지 않는다.

례 4. 세멘트와 모래의 비는 1∶2이고 모래와 자갈의 비는 3∶4이다. 세멘트, 모래, 자갈의 비를 계산하여라.

(풀이) 2와 3의 최소공통배수는 6, 첫 비에 3, 둘째 비에 2를 곱하면 3∶6, 6∶8

세멘트, 모래, 자갈의 비는 3∶6∶8

문 제

1. 다음과 같을 때 $a:b:c$를 써라.

1) $a:b=1:2$, $b:c=4:5$

2) $a:b=0.3:0.2$, $b:c=0.5:0.4$

2. 다음 비들을 간단히 하여라.

1) $9:21:15$ 2) $0.5:0.15:1$

3) $\frac{4}{5}:\frac{2}{5}:\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}:\frac{1}{5}$

비를 리용하여 여러가지 문제들을 풀수 있다.

례 5. 수 250을 2∶3∶5의 비로 나누어라.

(풀이) $\frac{250}{2+3+5}\times 2$, $\frac{250}{2+3+5}\times 3$, $\frac{250}{2+3+5}\times 5$

답. 50, 75, 125

문 제

1. 수 800을 3∶7∶10의 비로 나누어라.

2. 100을 다음의 비로 나누어라.

1) 2∶3∶6 2) $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$

3. 360°의 각을 19∶8∶27∶33∶3의 비로 나누어라. 그리고 분도기를 써서 한 점 O를 공통점으로 하여 그 주위에 이 각들을 다 그려라.

2. 비례식

알아보기 1) 비 2∶3과 6∶9의 값이 같은가?
2∶3=6∶9가 성립하는가?
2) 2∶3=6∶9에서 2×9와 3×6을 비교하여라.

두 비를 같기기호로 이어서 만든 같기식을 **비례식**이라고 부른다.

바깥마디

$$a : b = c : d \qquad a\times d=b\times c$$

안낙마디

특히 $a : b = b : d \qquad b^2=a\times d$

비례가운데마디

모르는 수 x가 들어있는 비례식 $x : 3 = 4 : 6$에서 x를 구하는것을 **비례식을 푼다**고 말한다.

례 1. 비례식 $x : 35 = 2 : 10$을 풀어라.

(풀이) $x \cdot 10 = 35 \cdot 2$

$$10x = 70$$

$$x = 7$$

문 제

1. 다음 비례식이 옳은가 따져보아라.

1) $7 : 16 = 35 : 80$ 2) $3 : 18 = 9 : 81$

3) $\frac{7}{10} : \frac{3}{4} = \frac{2}{7} : \frac{15}{4}$ 4) $0.2 : 0.5 = 4 : 10$

2. 다음 비례식을 풀어라.

1) $\frac{2}{8} : 1 = -4 : x$ 2) $16ab : x = 8a : 3b$

3) $(x+1) : 3 = 4 : 5$ 4) $x : 5 = (x-1) : 2$

례 2. 새로 짓는 학교건설장에 모래와 자갈을 4 : 3의 비로 실어왔다. 모래가 자갈보다 80t 더 많다면 모래와 자갈을 각각 몇t씩 실어왔는가?

(풀이) 자갈을 xt 실어왔다고 하면 모래는 $(x+80)$t 실어온것으로 된다.

그런데 실어온 모래와 자갈의 비가 4 : 3이므로

$$(x+80) : x = 4 : 3$$

이것을 풀면

$$3(x+80) = 4x$$

$$3x + 240 = 4x$$

$$x = 240$$

모래는 $240 + 80 = 320$(t)

답. 모래 320t, 자갈 240t

문 제

1. 자동차 25대를 두 작업장에 2∶3의 비로 갈라보내려고 한다. 매 작업장에 자동차를 각각 몇대씩 보내야 하는가?

2. 14m의 쇠줄로 가로와 세로의 비가 4∶3인 직4각형을 만들려고 한다. 가로와 세로를 각각 몇cm로 하여야 하는가?

3. 두 로동자가 기계부속품을 깎는데 첫째 로동자가 5개 깎는 동안에 둘째 로동자는 7개 깎는다. 모두 96개를 깎았다면 두 로동자는 각각 몇개씩 깎았겠는가?

알아보기

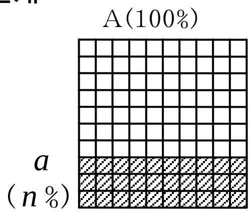
1. 어떤 량 a의 1%란 무엇을 의미하는가?
2. 1의 6%, 0.5%, 86.7%는 각각 얼마인가?
3. 180의 72%는 얼마인가?
4. a는 b의 7%이다. 이것을 식으로 써라.

비와 %와의 관계

a가 A의 n%이면

↓ (부분) ↓ (전체)

A∶a = 100∶n



례 3. 25명의 72%는 몇명인가?

(풀이) 25가 100%이므로 72%인 학생수를 x라고 하면

$$25 : 100 = x : 72$$
$$100x = 25 \times 72$$
$$x = 18$$

답. 18명

례 4. 한 학급 학생 25명가운데 18명이 최우등생이다. 최우등생은 몇%인가?

(풀이) 18명이 차지하는 %수를 x로 표시하면

$$25:100=18:x$$

$$25x=100\times18$$

$$x=72$$

답. 72%

문 제

1. 자기 학급의 남학생, 녀학생의 %를 각각 구하여라.
2. 한 학교의 학생들이 《소년단림》에 잣나무와 아카시아나무를 새로 심었는데 그 비는 2 : 3이다. 새로 심은 나무의 몇%가 잣나무인가?

련습문제

1. 다음 비를 쓰고 그 값을 구하여라.

   1) 3cm에 대한 18cm의 비　　2) $\frac{2}{3}$L와 4L의 비

   3) 0.25kg의 0.75kg에 대한 비
2. 비의 값이 다음과 같은 두 수의 비를 각각 2개씩 써라.

   1) 0.5　　2) 0.001　　3) 1.25

   4) $\frac{1}{3}$　　5) $1\frac{1}{10}$
3. 다음 비들을 간단히 하여라.

   1) 150t : 350t　　2) 0.5 : 0.7　　3) 4 : 2.4
4. 어느 한 군의 5년동안의 알곡생산량은 다음 표와 같다.

년도	2005	2006	2007	2008	2009
알곡생산량(만t)	10	12	13	15	18

매해 알곡생산량의 2005년도 알곡생산량에 대한 비의 값을 각각 구하고 %로 표시하여라.

5. 큰 통에 소금을 1kg 드는 그릇으로 10번 넣고 물을 8.5kg 드는 그릇으로 10번 넣었다. 소금과 물의 섞음비는 얼마인가?

6. 다음 비례식을 풀어라.

1) $\frac{3}{2} : x = \frac{3}{4} : \frac{5}{6}$ 2) $8x : 3 = \frac{3}{2} : \frac{1}{24}$

7. 조국해방전쟁시기 한 조선인민군 습격조원들이 적진지를 쳐서 적들을 완전히 소멸하였다. 소멸된 적가운데 미국놈이 70놈이고 미국놈과 괴뢰군놈들의 비가 5 : 2였다. 괴뢰군을 몇놈 소멸하였는가?

8. 72cm의 쇠줄로 빗변이 30cm이고 두 직각변의 비가 3 : 4인 직3각형을 만들었다. 직각변들의 길이를 구하여라.

9. 세멘트, 모래, 자갈을 1 : 2 : 4의 비로 섞어서 콩크리트를 쳤다. 자갈이 112t 들었다면 이 콩크리트에 세멘트와 모래가 각각 얼마씩 들었겠는가?

10. $a : b = c : d$가 성립하면

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}, \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

가 성립하는가?

제2절. 비례관계와 거꿀비례관계

1. 비례관계

많은 량들은 서로 맞물려 변한다. 변하는 량을 글자로 표시하면 그 글자는 여러가지 값을 잡는다. 변하지 않는 량을 글자로 표시하면 그 글자는 어떤 한값만을 잡는다.

여러가지 값을 잡는 글자를 **변수**, 수나 일정한 값만을 잡는 글자를 **상수**라고 부른다.

자동차가 달린 시간과 달린 거리는 서로 맞물려 변한다. 자동차가 달린 시간을 글자 x로 표시하고 달린 거리를 글자 y로 표시하면 x와 y는 변수이다.

해보기 어떤 자동차가 x시간 달린 거리를 $y$km라고 하면 x의 값에 따라 y의 값이 하나씩 정해진다. 자동차가 달린 시간과 거리를 각각 재여 다음과 같은 표를 만들었다.

x(시간)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y(km)	20	30	60	120	180	240

1) 변수 x와 y의 상 $\frac{y}{x}$를 계산하여라.

2) 변수 x의 값이 2배, 3배, … 로 되면 y의 값은 각각 몇배로 되는가?

3) y를 x에 관한 식으로 표시하여라.

> 두 량 x, y에 대하여 x와 y사이의 관계가 식 $y=ax(a\neq 0)$로 표시될 때 **y는 x에 비례한다**고 말하고 상수 a를 **비례결수**라고 부른다.
>
> 이때 비례관계 $y=ax$라고도 말한다.

례. $y=2x$ 에서 y 는 x 에 비례하고 비례결수는 2이다. 이때 $x=\frac{1}{2}y$ 에서 x 는 y 에 비례하고 비례결수는 $\frac{1}{2}$ 이다.

문 제

1. 다음 식들에서 비례관계를 갈라내고 그 비례결수를 말하여라.

1) $y=-3x$　　　　2) $s=-t$

3) $y=\frac{3}{10^3}x$　　　　4) $s=2t+3$

2. 다음 두 량은 비례하는가?

1) 같은 속도로 달릴 때 지나간 거리와 걸린 시간

2) 바른6면체의 한 모서리의 길이와 그 체적

3. 다음과 같은 경우에 y가 x에 비례한다고 말할수 있는가? 왜 그런가?

1) $y=ax$라는것을 알수 있을 때

2) $\frac{y}{x}$의 값을 조사해본 결과 그것이 일정할 때

3) x의 값이 c배로 변하면 y의 값도 c배로 변할 때

4. 0℃일 때 길이가 1m인 쇠줄이 있다. 온도를 높여가면서 그것의 길이가 얼마나 느는가를 조사해가지고 다음과 같은 표를 얻었다.

온도 x(℃)	10	20	30	40	50
늘어난 길이 y(cm)	0.12	0.24	0.36	0.48	0.6

이때 y는 x에 비례하는가? x와 y의 관계를 식으로 표시하여라.

2. 거꿀비례관계

알아보기 그림 1－2와 같이 지레대의 팔이 $x$cm 되는 점에 몇 g의 물건을 놓을 때 지레대가 수평으로 되는가를 실험해보고 다음과 같은 표를 얻었다.

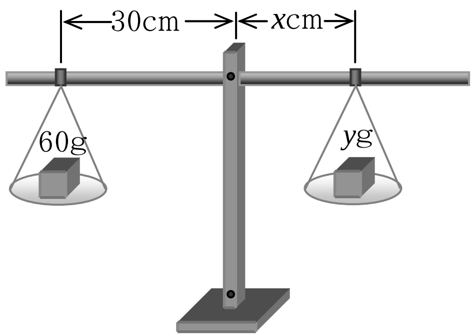


그림 1－2

x(cm)	10	20	30	40	50	60
y(g)	180	90	60	45	36	30

1) 변수 x와 y의 값들의 적 xy를 계산하여라.

2) 변수 x의 값이 2배, 3배, …로 되면 y의 값이 각각 몇배로 되는가?

3) y를 x에 관한 식으로 표시하여라.

두 량 x, y에 대하여 x와 y사이의 관계가 식

$$y=a\frac{1}{x}\quad (a\neq 0)$$

로 표시될 때 **y는 x에 거꿀비례한다**고 말하고 상수 a를 **거꿀비례결수**라고 부른다.

이때 거꿀비례관계 $y=a\frac{1}{x}$이라고도 말한다.

례. 알아보기에서 물건의 그람수 y는 팔의 길이 x에 거꿀비례하고 그 거꿀비례결수는 1 800이다.

$$y=1800\frac{1}{x} \qquad \text{즉} \qquad a=1800$$

문 제

1. 다음 식들가운데서 거꿀비례관계를 갈라내고 그 거꿀비례결수를 말하여라.

1) $y=\frac{x}{3}$ 2) $y=-0.04\frac{1}{x}$

3) $uv=10^6$ 4) $\frac{y}{3x}=-10^3$

2. 다음과 같은 경우에 y가 x에 거꿀비례한다고 말할수 있는가? 왜 그런가?

1) $y=a\frac{1}{x}$이라는것을 알수 있을 때

2) 적 xy의 값을 조사해본 결과 그것이 일정할 때

3) x의 값이 c배로 변할 때 y의 값이 $\frac{1}{c}$배로 변할 때

3. 다음 표는 부속품 1개를 만드는데 걸리는 시간(x분)과 1시간동안에 만들수 있는 부속품의 개수(y개)를 적은것이다.

x(분)	1	2	3	4	5	6		12		20	30
y(개)	60	30	20	15			6		4		

1) y는 x에 거꿀비례한다고 말할수 있는가? 빈칸을 채워라.

2) y를 x에 관한 식으로 표시하여라.

4. 다음 두 량들가운데서 비례하는것, 거꿀비례하는것, 비례도 거꿀비례도 하지 않는것들을 갈라내여라.

1) 직4각형의 한 변의 길이와 면적

2) 일정한 시간동안에 가는 거리와 속도

3) 일정한 곳까지 가는데 간 거리와 남은 거리

4) 면적이 같은 3각형들의 밑변과 높이

3. 비례관계와 거꿀비례관계의 응용

례 1. 어떤 종이 100장이 380g이다. 그 종이가 6.84kg이면 몇장인가?

(풀이) 종이의 장수 y는 그것의 질량 xg에 비례한다.

그러므로 $y=ax$

그런데 $x=380$일 때 $y=100$이므로

$$a=\frac{100}{380}=\frac{5}{19} \quad \text{따라서 } y=\frac{5}{19}x$$

이로부터 $x=6840$일 때 $y=\frac{5}{19}\cdot 6840=1800$(장)

답. 1 800장

문 제

1. 어떤 비닐선 160m가 72kg이다. 이런 비닐선 500m는 몇kg인가?

2. 철 8cm^{3}의 질량이 62.4g이다. 이런 철 61cm^{3}의 질량은 얼마인가?

3. 내의 3벌을 뜰수 있는 털실로 장갑 26컬레를 뜰수 있다. 이런 내의 15벌을 뜰수 있는 털실로는 장갑을 몇컬레 뜰수 있는가?

례 2. 5대의 자동차로 16일동안에 나를수 있는 짐을 8대의 자동차로 나르면 며칠 걸리겠는가?

(풀이) 일을 하는데 걸리는 날자수 y는 자동차의 대수 x에 거꿀비례한다.

그러므로 $y=a\frac{1}{x}$

그런데 $x=5$일 때 $y=16$이므로

$$16=a\cdot\frac{1}{5} \qquad a=16\cdot 5=80$$

따라서 $y=80\frac{1}{x}$

이로부터 $y=80\cdot\frac{1}{8}=10$

답. 10일

문 제

1. 1시간에 5.6km씩 가면 40분 걸리는 거리를 $\frac{7}{12}$시간에 가려면 1시간에 얼마씩 가야 하는가?
2. 직경이 300mm인 바퀴가 1분동안에 400번 돈다. 이것과 피대로 련결된 직경이 200mm인 바퀴는 1분동안에 몇번 돌겠는가?
3. 너비가 80cm인 천 84m의 면적은 너비가 60cm인 천 몇m의 면적과 같은가?
4. 로동자들이 매일 8명씩 일하면 9일동안에 다 할수 있는 일감을 기술혁신을 하여 사람을 더 받지 않고 6일동안에 끝냈다. 한사람이 몇배의 일을 한셈인가?

련습문제

1. 다음 식들에서 비례하는 관계를 갈라내고 그 결수를 말하여라.

1) $y=0.3x$ 2) $y=3+x$ 3) $y=\frac{x}{5}$

4) $x=y$ 5) $x+y=0$

2. y가 x에 비례한다. 비례결수를 말하고 다음 표의 빈칸을 채워라.

1)

x	2		6	10		13
y		9	18		36	

2)

x	-3	-1		3	7	9
y			2		14	

3)

x	10	14	18	7	6	-2
y	-5					

3. 다음 표를 보고 y는 x에 비례한다고 말할수 있는가?

x	5	10	25	50	100
y	1.6	3	7	13	25

4. 다음 표들가운데서 x와 y가 비례하는 경우를 갈라내고 그 비례결수를 말하여라.

1)

x	15	16	17	18	19
y	126.30	134.72	143.14	151.56	159.98

2)

x	10	15	25	35	105
y	-4	-6	-10	-15	-35

5. y가 x에 비례하면 $3y$는 $4x$에 비례하는가? 그때 비례결수는 얼마인가?

6. y가 x에 거꿀비례할 때 다음 표의 빈칸을 채우고 거꿀비례결수를 써라.

1)

x	-6	2		10	8	
y			112		7	-4

2)

x		-2	-1	0.5		
y	1		3		-3	-0.5

7. 다음 표는 24km를 가는데 간 거리 $x$km와 남은 거리 $y$km를 조사하여 적은것이다.

x(km)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
y(km)	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4

1) 간 거리가 커짐에 따라 남은 거리가 어떻게 변하는가?

2) 남은 거리 y는 간 거리 x에 거꿀비례한다고 말할수 있는가?

8. 다음 표가운데서 x와 y가 거꿀비례하는 경우를 갈라내고 그 거꿀비례결수를 말하여라.

1)

x	-6	-3	2	12	18	36
y	-0.06	-0.12	0.18	0.03	0.02	0.01

2)

x	-2	6	18	12	9
y	-1	3	9	6	14

9. y가 x에 거꿀비례하는데 $x=2$일 때 $y=6$이다. $x=4$일 때 y는 얼마인가?

10. 2가지 물건값이 같은 %로 내렸다. 120원 하던 물건값이 90원이면 200원 하던 물건값은 얼마인가? 값이 내린 %와 물건값은 어떤 관계에 있는가?

11. 한 아동단원이 유격대공작원아저씨로부터 련락임무를 받고 1시간에 5km씩 걸어서 2시간 30분만에 목적지에 도착하였다. 임무를 수행하고 돌아올 때는 1시간에 4km씩 걸었다. 돌아오는데 몇시간 걸렸겠는가?

제3절. 비례관계의 그라프

1. 자리표평면

알아보기 극장관람표에는 자리번호가 씌여져있다.

1) 자리번호 6렬 5번은 무엇을 의미하는가?

2) 6렬 5번을 간단히 (6, 5)로 쓰기로 하면 이것은 (5, 6)과 어떻게 다른가?

평면에서 서로 수직으로 사귀는 두 수축을 그으면 평면의 점을 두 수의 렬로 표시할수 있다.(그림 1－3)

이때 보통 가로직선을 **가로축** 또는 **x축**, 세로직선을 **세로축** 또는 **y축**이라고 부른다.

두 축의 사귐점으로부터 가로축의 정방향으로 5단위만큼 가고 련이어 세로축의 정방향으로 4단위만큼 가서 점 A를 찍자. 이때 두 수의 렬 (5, 4)를 **점 A의 자리표**라고 부르고 A(5, 4)와 같이 표시한다. 그리고 5를 **점 A의 x자리표**(또는 **가로자리표**), 4를 **점 A의 y자리표**(또는 **세로자리표**)라고 부른다.

자리표축이 정해져있는 평면을 **자리표평면**이라고 부른다.

자리표축의 사귐점을 **자리표원점**이라고 부른다.

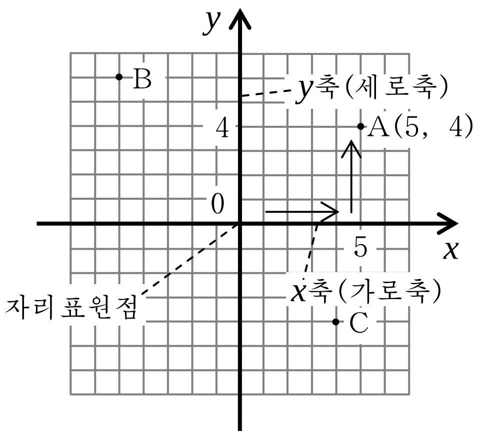


그림 1-3

문 제

1. 1) 그림 1－3의 자리표평면에서 점 B와 C의 자리표를 말하여라. 자리표는 어떻게 찾아야 하는가?

2) 점 A의 자리표에서 두 수의 자리를 바꾸면 어느 점의 자리표가 되는가?

2. 다음 자리표를 가진 점들을 자리표평면에 찍어라.

A(2, 2), B(－5, 2), C(－4, －2), D(1, －3), E(－3, 4)

3. 그림 1－4에서 점 A, B, C, D의 자리표를 말하여라.

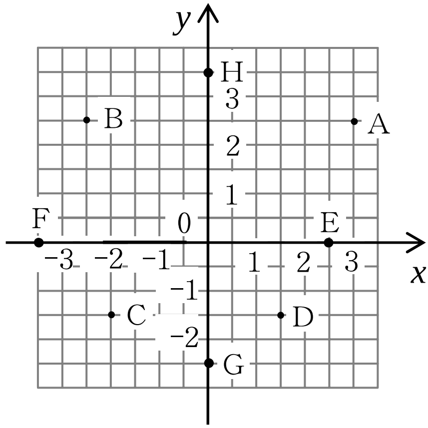


그림 1-4

4. 1) 그림 1－4에서 점 E, F, G, H의 자리표를 말하여라.

2) x자리표가 0인 점들은 어디에 놓이는가?

3) y자리표가 0인 점들은 어디에 놓이는가?

5. 다음 자리표를 가지는 점들을 자리표평면에 찍어라.

A(0, 2), B(0, －5), C(3, 0), D(－4, 0), E(0, 0)

M(－1, 0), N(0, －1), P(1, 1), Q(－1, －1)

6. 점 A(2, 4)와 x축에 관하여 대칭인 점 B의 자리표를 구하여라.

1) y축에 관하여 점 A와 대칭인 점 C의 자리표를 구하여라.

2) 자리표원점에 관하여 점 A와 대칭인 점 D의 자리표를 구하여라.

알아보기 자리표평면은 x축, y축에 의하여 4개 부분으로 나누인다. 매 부분에서 x자리표, y자리표의 부호를 말하여라.

자리표평면의 분구

자리표평면은 자리표축들에 의하여 4개 부분으로 갈라진다.

이때 갈라진 매개 부분을 각각 **1사분구**, **2사분구**, **3사분구**, **4사분구**라고 부른다.

Ⅰ : 1사분구

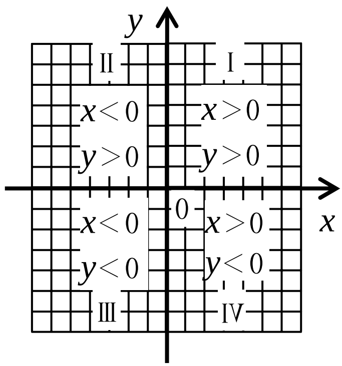
Ⅱ : 2사분구

Ⅲ : 3사분구

Ⅳ : 4사분구

매 분구의 점들의 자리표가 가지는 부호는 그림에 밝혀져있다.

자리표축은 어느 분구에도 들지 않는다.



문 제

1. 점 A(2, 6), B(−3, 1), C(−4, −2), D(5, −1), E(−3, −2), F(3, 0), G(0, −5), H(−2, 0)들가운데서

1) 1사분구에 있는 점들을 불러보아라.

2) 2사분구, 3사분구, 4사분구에 있는 점들을 불러보아라.

3) x축, y축에 있는 점들을 불러보아라.

2. 다음 점들은 각각 어느 분구에 놓이는가?

A(−3, 5), B(−1, −2), C(1.5, 0.5), D(10, −25), M(125, 112), N(56, −190), P(−200, −100), Q(−1200, 560)

3. 정점이 다음과 같은 3각형을 그려라.

1) A(−4, 3), B(1, 0), C(5, 1)

2) M(−3, 4), N(4, 5), P(1, −3)

상 식

자리표법의 창시자 데까르뜨

프랑스수학자 데까르뜨(1596년－1650년)는 변량에 관한 수학을 세우는데서 중요한 공헌을 하였다. 그는 학창시절에 침대우에 누워서 천정을 쳐다보며 사색하군 하였는데 천정에서 거미가 줄을 치는것을 보다가 점의 위치를 수학적으로 표시할수 있는 방법인 자리표법을 착상하였다고 한다. 그는 또한 수학에 변수를 도입하여 운동과 변하는 량을 수학적으로 다룰수 있는 방법을 내놓음으로써 변량수학의 시기를 열어놓는데 큰 기여를 하였다.

2. 비례관계 $y=ax$의 그라프

해보기 비례관계 $y=3x$가 주어졌다.

1) 다음 표에 x의 값에 대한 y의 값을 써넣어라.

x	…	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	3	…
y	…												…

2) x와 y의 마주 있는 값들의 렬을 만들어라.

…, (–2,), (–1.5,),
(–1,), (–0.5,),
(0,), (0.5,),
(1,), (1.5,),
(2,), (3,), …

3) 이 렬들을 자리표로 하는 점들을 자리표평면에 찍어라.

4) 이 점들을 맺으면 어떤 선이 되는가?

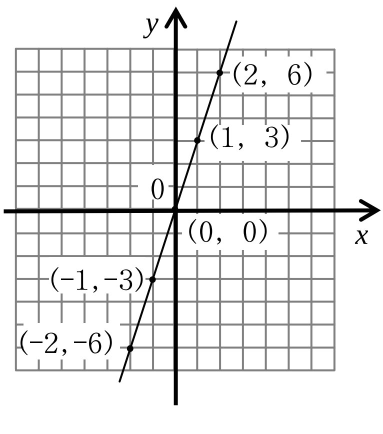


그림 1-5

> x, y자리표가 $y=ax$에 맞는 점전부의 모임을 **비례관계 $y=ax$의 그라프**라고 부른다.

해보기 우에서와 같은 방법으로 비례관계 $y=-1.5x$의 그라프를 그려라.

1) 그라프는 자리표원점을 지나는가?
2) 그라프는 점 (1, -1.5)를 지나는가? (그림 1-6)

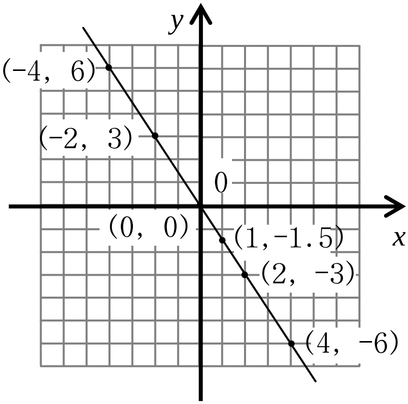


그림 1-6

> 비례관계 $y=ax(a\neq0)$의 그라프는 자리표원점 (0, 0)과 점 (1, a)를 지나는 직선이다.

문 제

1. $y=4x$의 그라프를 그리고 $x=-2.5$, $x=3.5$일 때 y의 값들을 각각 계산하여라.
2. $y=0.5x$의 그라프를 그리고 어떤 x의 값들에서 y의 값이 각각 -3, -1, 1.5로 되는가를 말하여라.
3. 그림 1-7에 그려진 비례하는 관계를 표시하는 그라프들을 보고 비례결수를 정하여라. 그리고 y를 x에 관한 식으로 표시하여라.

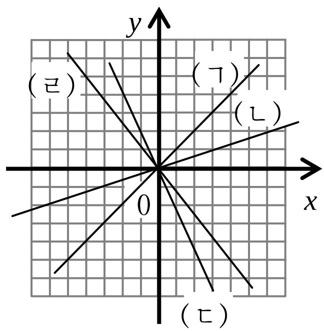


그림 1-7

련습문제

1. 자리표평면에 다음 점들을 찍어라.

   A(2, 4), B(3, −3), C(5, −4), D(−6, 3), E(−7, 2), F(1, −5), G(0, 2), H(−5, 0), M(0, −3), N(4, 0)

2. 다음 점들은 각각 어느 분구에 놓이는 점들인가? 자리표축에 놓이는 점은 어느것인가?

   A(3, 0), B(−3, 4),
   C(0, −5), D(−2, −4),
   E(0, 5), F(−1, 2),
   G(3, −4), H(0.5, 6)

3. 그림 1−8에서 점 A, B, C, D, E, F의 자리표를 말하여라.

4. 자리표평면에서 정점이 A(4, 3), B(5, 9), C(−6, 3)인 3각형의 면적을 구하여라.

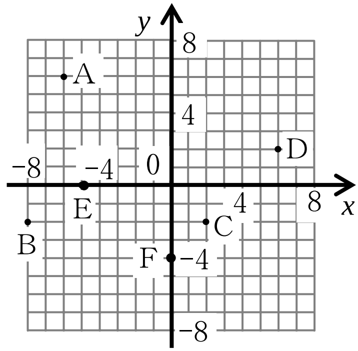


그림 1-8

5. 자리표평면에서 정점이 A(−2, 5), B(3, 8), C(7, 1), D(3, −4)인 4각형의 면적을 구하여라.

6. 자리표평면에서 정점이 A(2, 2), B(2, −2), C(−2, 2)인 3각형이 있다.

   1) 매 정점과 가로축에 관하여 대칭인 점의 자리표를 구하여라.
   2) 매 정점과 세로축에 관하여 대칭인 점의 자리표를 구하여라.
   3) 매 정점과 자리표원점에 관하여 대칭인 점의 자리표를 구하여라.

7. 다음 비례관계의 그라프를 그려라.

   1) $y=0.2x$ 2) $y=-0.75x$ 3) $y=11.5x$

   그라프를 보고 $y>0$, $y<0$인 x의 범위를 각각 말하여라.

8. 1시간에 4km씩 가는 소년단행군대렬이 x시간동안에 $y$km를 갔다. x와 y사이의 관계를 식으로 표시하고 그라프를 그려라.

9. 어떤 비례관계의 그라프가 점 A(−3, 6)을 지난다는것을 알았다. 이 비례관계를 표시하는 식을 구하여라. 그리고 그라프를 그려라.

복습문제

1. 다음 비를 옹근수의 비로 고치고 그 값을 계산하여라.

1) 1.8 : 1.2　　　　2) 1.54 : 4.62

3) $\frac{1}{3}$: $\frac{2}{5}$　　　　4) 5 : $2\frac{3}{4}$

2. 학교에서 사과나무와 밤나무를 450그루 심었다. 사과나무와 밤나무수의 비는 4 : 5이다. 사과나무와 밤나무를 각각 몇그루 심었는가?

3. 금희는 은희보다 책을 60페지 더 많이 읽었다. 금희가 읽은 책페지수에 대한 은희가 읽은 책페지수의 비는 2 : 7과 같다. 금희와 은희는 책을 각각 몇페지씩 읽었는가?

4. 동, 석, 아연을 41 : 8 : 1로 섞어 합금을 만들었다. 이 합금의 어떤 덩이에 아연이 석보다 2kg 450g 적게 들어있다. 그 덩이는 몇kg인가?

5. 5개의 바른4각형이 있다. 둘레의 비는 1 : 2 : 3 : 4 : 5이다. 이 4각형들의 변들의 비는 얼마인가?

6. ▱안에 900, 800, 700, 600을 차례로 갈아넣으면 ▭안에 각각 어떤 수가 나오게 되는가?(그림 1－9)

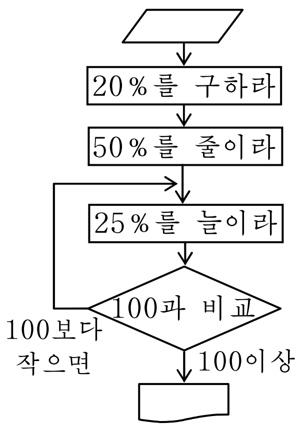


그림 1-9

7. 다음 비례식을 풀어라.

1) $(x+2):3x=5:12$

2) $(3x-5):2=(4x-1):3$

3) $6:x=7:(10-x)$

8. 1시간에 $v$km의 속도로 t시간 간 거리를 skm로 표시할 때 v, t, s사이에는 어떤 관계가 있는가?

1) $v=10$일 때 t와 s사이에는 어떤 관계가 있는가?

2) $t=5$일 때 v와 s는 어떤 관계에 있는가?

9. 다음 두 량이 비례하는가를 밝히고 비례결수를 말하여라.

1) 기차는 일정한 속도로 t시간동안에 skm 갔다.

2) 자동차를 타고 1시간에 $v$km의 속도로 가면 평양에서 개성까지의 거리를 t시간동안에 갈수 있다.

10. y가 x에 거꿀비례할 때 x가 $\frac{3}{4}$배 되면 y는 몇배로 되는가?

11. 다음 식들가운데서 x가 y에 비례하는것과 거꿀비례하는것을 갈라내여라.

1) $3y=x$　　2) $y=x+1$　　3) $xy=4$

4) $\frac{y}{x}=5$　　5) $\frac{1}{y}=2x$

12. 가는 동선 1m가 4g이다. 이런 동선 150g의 길이는 몇m인가?

13. 다음 점들을 자리표평면에 찍어라.

A(2, −3), B(−3, 4), C(1, 3)

1) 점 A(2, −3)을 가로축의 정의 방향으로 3만큼 옮긴 점의 자리표를 말하여라.

2) 점 B(−3, 4)를 세로축의 정의 방향으로 2만큼 옮긴 점의 자리표를 말하여라.

3) 점 C(1, 3)을 가로축과 세로축에 관하여 각각 대칭되게 옮긴 점들의 자리표를 말하여라.

14. 점 A(2, 4)를 x축에 관하여 대칭인 점 B로 옮기고 련이어 y축에 관하여 대칭인 점 C로 옮겼다. 이 세 점을 정점으로 하는 3각형의 면적을 구하여라.

15. 비례결수가 정수일 때와 부수일 때 비례관계의 그라프가 각각 어느 분구에 놓이는가를 말하여라.

16. 다음 식의 그라프를 그려라.

1) $y=4x$　　2) $y=8-0.1x$

제2장. 1차방정식과 1차안같기식

제1절. 1차식의 그라프

비례관계 $y=2x$는 x가 1, 2, 3, … 으로 되면 y는 그의 2배인 2, 4, 6, … 로 되는 관계에 있다는것을 표시한것이다.

x의 값에 대하여 y값이 $ax+b$ $(a\neq 0)$로 정해지는 관계를 **1차식**이라고 부르고 이것을 $y=ax+b$로 표시한다.

1차식 $y=ax+b$에서 x에 값을 주면 y가 정해진다.

이때 (x, y)로 정해지는 점들전부를 **1차식 $y=ax+b$의 그라프**라고 부른다.

례 1. 비례관계 $y=2x$의 그라프를 그리면 그림 2−1과 같다. 이것은 $a=2$, $b=0$인 1차식 $y=ax+b$의 그라프이다.

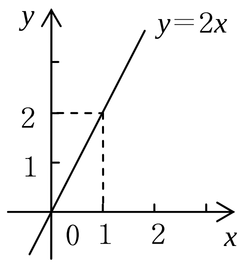


그림 2−1

알아보기 두 1차식 $y=0.5x$와 $y=0.5x+2$의 그라프를 그려보아라. 매개 x에 대하여 $0.5x+2$의 값과 $0.5x$의 값의 차이가 어떤가?

먼저 x의 여러 값에 대응하는 y의 값들을 구하여 다음과 같은 표를 만들자.

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	…
$y=0.5x$	…	−1.5	−1	−0.5	0	0.5	1	1.5	…
$y=0.5x+2$	…	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	…

표를 보면 x의 여러 값에 따르는 $0.5x+2$의 값은 $0.5x$의 값보다 늘 2만큼 더 크다.

그러므로 $y=0.5x+2$의 그라프는 $y=0.5x$의 그라프를 y축의 정방향으로 2만큼 평행이동한 직선이라는것을 알수 있다.(그림 2-2)

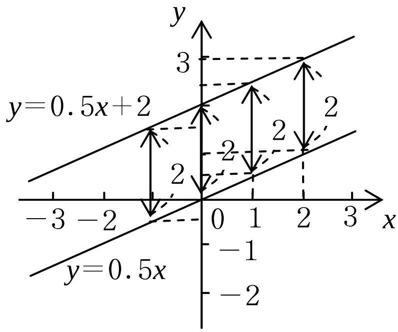


그림 2-2

1차식 $y=ax+b$의 그라프는 비례관계 $y=ax$의 그라프를 y축의 정방향으로 b만큼 평행이동한것이다.

비례관계 $y=ax$의 그라프는 직선이다. 그러므로 $y=ax+b$의 그라프도 직선이다.

이것을 간단히 《직선 $y=ax+b$》라고 부를 때도 있다.

직선 $y=ax+b$는 여기에 놓이는 아무런 두 점만 알면 쉽게 그릴수 있다.

례 2. $y=2x-3$의 그라프를 그려라.

(풀이) x에 적당한 두 값, 례를 들어 -1과 3을 주어 y의 값을 구하면

$x=-1$일 때 $y=2\cdot(-1)-3=-5$

$x=3$일 때 $y=2\cdot3-3=3$

따라서 $y=2x-3$의 그라프는 두 점 $(-1, -5)$와 $(3, 3)$을 지나는 직선을 그으면 된다.(그림 2-3)

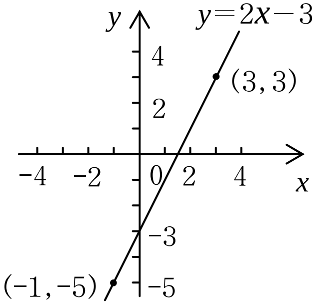


그림 2−3

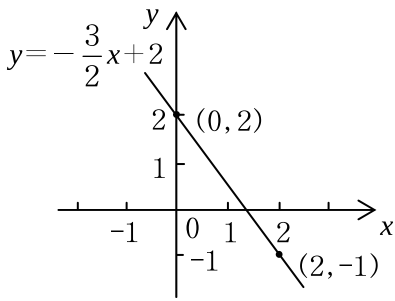


그림 2−4

례 3. $y=-\frac{3}{2}x+2$의 그라프를 그려라.

(**풀이**) $x=0$일 때 $y=2$

$x=2$일 때 $y=-\frac{3}{2}\cdot 2+2=-1$

따라서 두 점 (0, 2)와 (2, −1)을 지나는 직선을 그으면 $y=-\frac{3}{2}x+2$의 그라프가 얻어진다.(그림 2−4)

$y=ax+b$의 그라프를 그릴 때 그것의 두 점가운데서 한 점은 그라프가 y축과 사귀는 점 (0, b)로 잡는것이 편리하다.

문 제

1. 1차식을 지적하고 a, b를 말하여라.

1) $y=\frac{x}{3}+3$ 2) $y=\frac{1}{x}+1$ 3) $y=1+2x$ 4) $y=x^2+1$

5) $y=1-x^2$ 6) $s=3.5t$ 7) $y=0.01x+\frac{1}{2}$

2. 다음 1차식의 그라프를 그려라.

1) $y=x+3$ 2) $y=4x-3$ 3) $y=1.5-0.5x$

3. 1차식 $y=0.5x+3$의 그라프를 그리고 그것을 보면서 다음것을 구하여라.

1) $y=0$인 x의 값 2) $y>0$인 x의 값

3) $y<0$인 x의 값

4. 다음 직선은 자리표평면의 어느 분구를 지나는가?

1) $y=0.2x+1$　　2) $y=-0.6x-2$　　3) $y=-3x+2$

4) $y=0\cdot x+1$　　5) $2y=-3x$

탐구

절대값의 의미를 생각하면서 $y=|x|$의 그라프를 그려보아라.

련습문제

1. 다음 글에서 y를 x의 식으로 표시하고 그것이 1차식인가를 말하여라.

1) x와 y의 합이 $3x$와 같다.

2) x와 $\frac{1}{y}$의 적이 10과 같다.

3) x에 5를 곱하고 거기에 3을 더하면 y가 된다.

4) 탁구알이 x알씩 들어있는 통 3개에는 탁구알이 모두 y알 있다.(x는 자연수)

2. 다음 직선을 그려라.

1) $y=2.5x+3$　　2) $y=-2x+3$　　3) $y=-4x-1$

4) $y=\frac{1}{2}x-0.5$　　5) $y=-0.7x+\frac{2}{3}$　　6) $y=-0.9x-0.3$

3. 1차식 $s=\frac{t}{2}+6$에 따라서 직선운동하는 물체가 지나간 거리 s의 그라프를 그려라. 이 그라프를 보고 시간 t가 2에서 4까지 변할 때 s가 어떻게 변하는가를 말하여라.

4. 그라프를 그리지 말고 다음 점들이 직선 $y=-3x+5$의 점인가 아닌가를 말하여라.

$(3,\ -4)$, $(1.8,\ -0.4)$, $(0,\ 3)$, $(\frac{1}{3},\ 4)$, $(\frac{1}{2},\ 6)$

5. 직선 $y=ax+2$의 그라프가 점 (2, 10)을 지난다. a의 값을 구하여라.

6. 위대한 령도자 **김정일**원수님께서 책을 많이 읽을데 대하여 주신 말씀을 높이 받들고 영남이는 혁명소설을 읽고있다. 이미 120 페지를 읽었다. 이제 하루에 25페지씩 x일 읽으면 모두 y페지를 읽게 된다. 1차식으로 표시하여라.

제2절. 1차방정식과 1차안같기식

1. 1차방정식

> $ax+b=0\,(a\neq 0)$ 모양의 방정식을 **1차방정식**이라고 부른다. 여기서 a, b는 상수이다.

찾기 1차식 $y=\dfrac{1}{3}x+1$의 그라프를 보고 y값이 0으로 되는 x값을 찾아라.(그림 2−5)

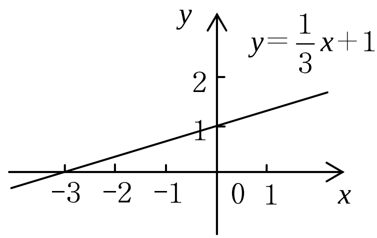
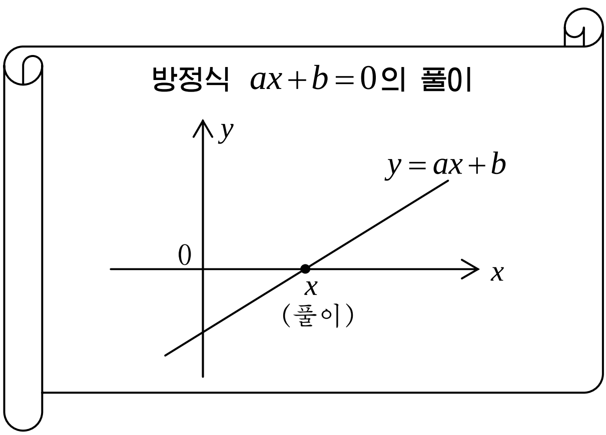


그림 2−5



례 1. 방정식 $\frac{1}{2}x-3=0$의 풀이를 그라프에 의하여 구하여라.

(풀이) 1차식 $y=\frac{1}{2}x-3$의 그라프를 그리면 다음과 같다.(그림 2-6)

풀이. 6

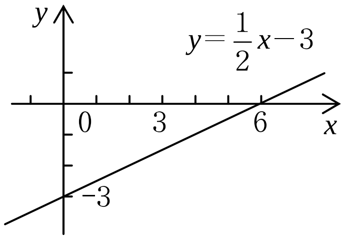


그림 2-6

문 제

다음 방정식의 풀이를 그라프에 의하여 구하여라.

1) $6x-3=0$ 2) $3-2x=0$ 3) $-0.6x+2=0$

알아보기 그림 2-7은 두 1차식 $y=x+1$과 $y=-\frac{4}{5}x+5.5$의 그라프이다. 사귐점 A의 x 자리표 2.5는 1차방정식 $x+1=-\frac{4}{5}x+5.5$의 풀이로 되는가?

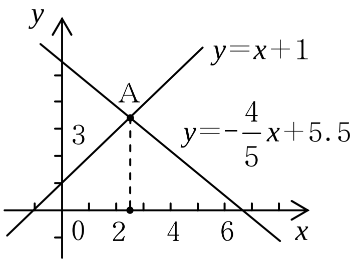
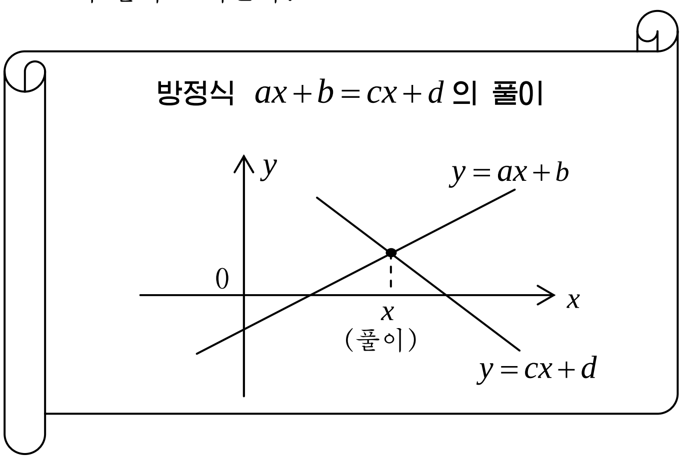


그림 2-7



례 2. $x+2=2x+1$ 의 풀이를 그라프에 의하여 구하여라.

(풀이) $y=x+2$ 와 $y=2x+1$ 의 그라프의 사귐점의 x 자리표는 1이다.(그림 2−8)　　　　　　풀이. 1

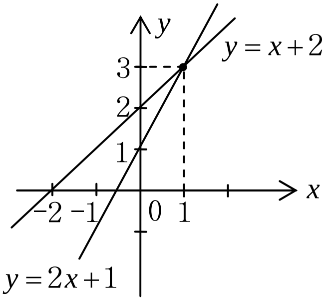


그림 2-8

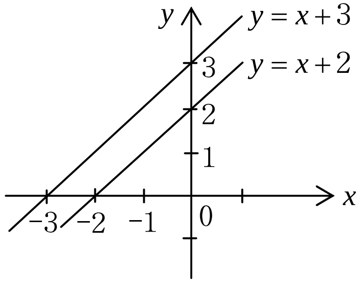


그림 2-9

례 3. $x+3=x+2$ 의 풀이를 구하여라.

(풀이) $y=x+3$ 과 $y=x+2$ 의 그라프가 사귀지 않으므로 풀이는 없다.(그림 2−9)

문 제

다음 방정식의 풀이를 그라프에 의하여 구하여라.

1) $x+3=2x-2$　　　　　　2) $x-\frac{2}{3}=\frac{2}{3}x-2$

2. 1차안같기식

$ax+b>0\,(a\neq 0)$ 모양의 안같기식을 **1차안같기식**이라고 부른다. 여기서 $>$ 대신에 $<$, $\geqq$, $\leqq$ 가 들어갈수 있다.

찾기 1차식 $y=-\frac{2}{3}x+1$ 의 그라프를 보고 $y>0$, $y<0$ 으로 되는 x의 값을 구하여라.(그림 2−10)

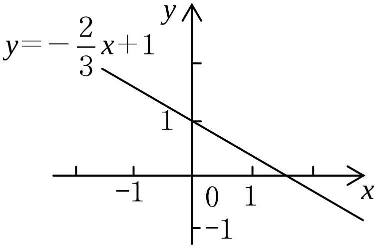
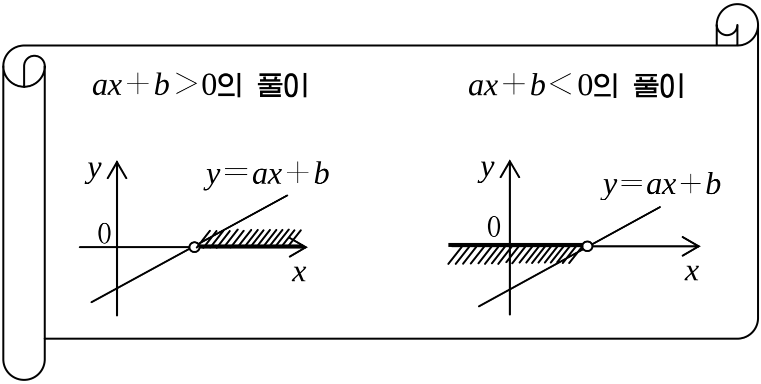


그림 2−10



례 1. $-x+1>0$ 을 그라프에 의하여 풀어라.

(풀이) (그림 2−11) 풀이. $x<1$

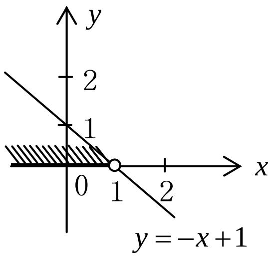


그림 2-11

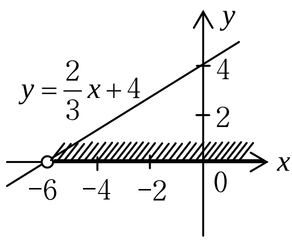


그림 2-12

례 2. $\frac{2}{3}x+4>0$ 을 그라프에 의하여 풀어라.

(풀이) (그림 2−12) 풀이. $x>-6$

문 제

1. 다음 안같기식을 그라프로 풀어라.

1) $-2x-2>0$　　2) $2x-7>2$

3) $3x>52x-7$　　4) $2x<2-x$

2. 두가지 방법으로 풀어라.

1) $2x+1>x+3$　　2) $1-x<2x+1$

3) $3x-5\geqslant x+8$　　4) $4-3x\leqslant 2-7x$

련습문제

1. 다음 방정식을 그라프에 의하여 풀어라.

1) $16-2x=2x$ 2) $0.5x+11=4-3x$

3) $\frac{1}{5}x+1=0$ 4) $\frac{2}{3}x+1=6-x$

2. 다음 방정식을 풀어라.

1) $2x+1=x+8$

2) $1-3x=2x-9$

3) $\frac{4}{3}x-4=\frac{1}{3}x+2$

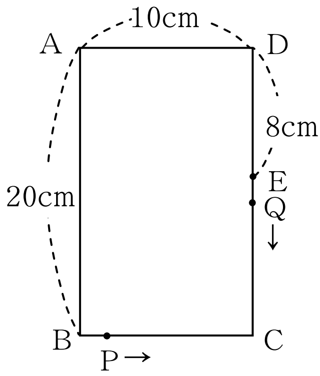


그림 2－13

3. 그림 2－13과 같은 직4각형 ABCD의 변을 따라 두 점 P와 Q가 각각 B와 E를 동시에 떠나 꼭같이 1초에 1cm씩 C를 향하여 움직여간다.

1) 점 P와 Q가 움직이기 시작하여 x초후에 △ABP의 면적을 $y\text{cm}^2$, △ADQ의 면적을 $z\text{cm}^2$라고 하면 y와 z는 각각 어떤 관계로 표시되는가? 이 관계의 그라프를 그려라.

2) 그라프를 보고 △ABP와 △ADQ의 면적이 같게 되는 x의 값을 구하여라.

4. 위대한 수령 **김일성**대원수님께서는 어린시절에 《배움의 천리길》을 걸으시면서 강계에서 팔도구에 계시는 부모님들께 **《강계무사도착》**이라는 전보를 치시였다. 당시 전보 한자값이 6자까지는 3전, 6자를 넘으면 글자당 1전씩 더 받았다고 한다. 전보 x자의 값은 얼마인가를 1차식으로 표시하여라.

5. 1차식 $y=-3x+5$의 그라프를 그리고 다음것을 구하여라.

1) $y=0$인 x값 2) $y>0$인 x값 3) $y<-3$인 x값

6. 다음 안같기식을 풀어라.

1) $x+5\leqq-7$ 2) $\frac{x}{3}-6>\frac{x}{7}-2$

3) $0.8-0.2x<0.5x-0.6$

복습문제

1. 옳은 답을 선택하여라.

1) $\frac{0.3+0.2x}{0.3}$ 와 $\frac{4x+9}{5}+\frac{5-x}{2}$ 가 서로 같게 되는 x의 값은 ( )이다.

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7

2) $\frac{x+1}{2}$의 값이 $\frac{5-x}{3}$의 값보다 1만큼 더 작게 되는 x의 값은 ( )이다.

① $\frac{8}{5}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 8 ④ 13

2. 물과 소금을 20∶5로 섞은 소금물 $x$kg에 들어있는 소금이 $y$kg이다. 1차식으로 표시하여라.

3. $(y-2)$가 $(x-2)$에 비례하고 $x=1$일 때 $y=5$이다. 비례결수를 구하고 1차식으로 표시하여라.

4. 직선 $y=ax+2$가 점 $(-2, 1)$을 지난다. 이 직선은 또한 다음 점들을 지나는가?

$(-1, \frac{3}{2})$, $(0, \frac{1}{2})$, $(0.5, 2.25)$, $(4, 5)$

5. 그라프에 의하여 다음 방정식을 풀어라.

1) $7x-12=2$ 2) $1-x=2x-1$ 3) $2x+1=x+5$

6. 그라프에 의하여 다음 안같기식을 풀어라.

1) $3x-5>x+7$ 2) $4-5x\leqslant 2-8x$

7. 다음 방정식을 풀어라.

1) $x-2=2x+3$ 2) $2x-3=x+1$

8. 다음 안같기식을 두가지 방법으로 풀어라.

1) $2x+1>3x-2$ 2) $3x>2x+3$

9. 점 $(0, 5)$를 지나며 1차식 $y=0.5x-3$의 그라프에 평행인 직선은 어떤 1차식의 그라프인가?

제3장. 원

제1절. 원둘레와 원

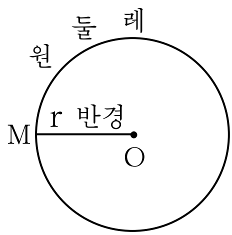
1. 원둘레와 원

원둘레와 원

평면에서 정해져있는 점 O로부터 일정한 거리 r에 있는 점 M들의 모임을 **원둘레**라고 부른다.

여기서 점 O를 **원둘레의 중심,** 중심과 원둘레의 점을 맺는 선분 또는 그 길이를 **반경**이라고 부른다. 원둘레와 그로 둘러막힌 평면의 부분을 **원**이라고 부른다.

중심 O, 반경 r인 원(또는 원둘레)을 O(r)와 같이 쓴다.



원의 두 점을 맺는 선분들가운데서 중심 O를 지나며 두 끝점이 원둘레에 있는 선분 AB가 가장 길다. 이것을 **원의 직경**이라고 부른다.

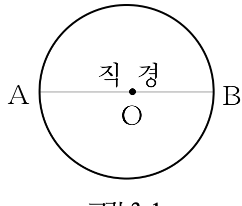


그림 3-1

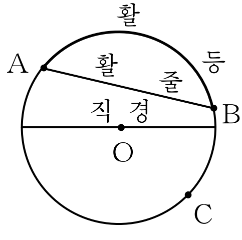
활등과 활줄

두 끝점이 있는 원둘레의 한 부분을 **활등**이라고 부르고 $\overset{\frown}{AB}$와 같이 쓴다.

활등의 두 끝점을 맺는 선분을 그 활등에 대한 **활줄**이라고 부른다.

원의 직경은 중심을 지나는 활줄이다.

직경은 반경의 2배이다.



직경에 의하여 나누이는 원의 부분을 **반원**, 원둘레의 부분을 **반원둘레**라고 부른다.

그리고 반원둘레보다 큰 활등은 흔히 다음과 같이 세 글자로 표시한다.

$\overset{\frown}{ABC}$

문제

1. 콤파스를 가지고 그림 3－2의 지도에서 지점 ㄱ로부터 10km보다 가까운 거리에 있는 지점을 다 찾아라.(그림에서 1cm는 4km이다.)

2. 원에서 활등은 그에 대한 활줄보다 길이가 길다. 왜 그런가?

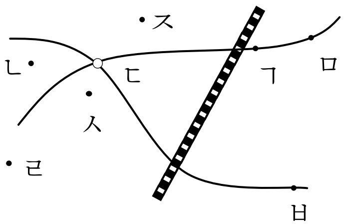


그림 3-2

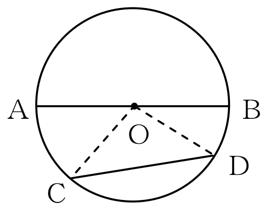


그림 3-3

3. 그림 3－3을 보고 빈자리에 알맞는 기호를 써넣어라.

직경 AB □ AO＋OB □ CO＋OD □ 활줄 CD

그러므로 직경 AB □ 활줄 CD

4. 반경이 3cm인 원 O를 그리고 ∠AOB＝60°인 각을 그려라. (점 A, B는 원둘레의 점) 점 A와 B를 선분으로 맺아라.

1) ∠OAB, ∠OBA는 몇도인가?

2) △OAB는 바른3각형인가?

찾기 원 O에서 두 반경 OA와 OB를 그었을 때

1) 이 두 반경에 의하여 각이 몇개 생겼는가?

2) 이 두 반경에 의하여 나누어진 원의 부분에서 부채모양을 찾아보아라.

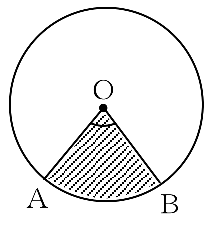


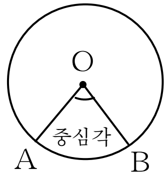
그림 3-4

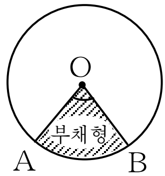
중심각, 부채형

한 원에서 두 반경이 만드는 각을 **중심각**이라고 부른다.

중심각 ∠AOB에 있는 활등 $\overset{\frown}{AB}$를 **중심각 ∠AOB에 대한 활등**, 중심각 ∠AOB를 **활등 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각**이라고 부른다.

원과 중심각과의 사귐(공통부분)을 **부채형**이라고 부른다.





원둘레 O의 두 점 A, B에 의하여 이루어지는 중심각 ∠AOB와 활등 $\overset{\frown}{AB}$는 2개씩 있다. 앞으로 중심각 ∠AOB, 활등 $\overset{\frown}{AB}$라고 하면 180°보다 작은 각에서 생각하기로 한다.

반원둘레의 한 점 M을 직경 AB의 두 끝점과 맺었을 때 생기는 각을 **직경에 대한 원둘레각**이라고 부른다.

해보기 그림과 같이 반원에 삼각자를 대여보아라. 직경에 대한 원둘레각은 몇도인가?

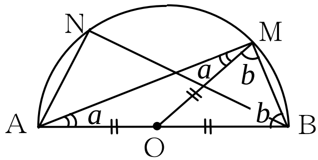


그림 3-5

직경에 대한 원둘레각은 직각이다.

문제

1. 그림 3−6과 같이 원 O(r)안에 점 C와 D가 있다. 다음 사실이 옳다고 말할수 있는가?

   1) AB＝OE＋OF　　　2) AB＞CD

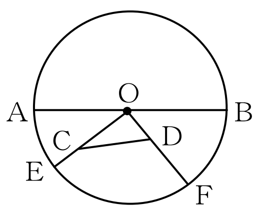


그림 3-6

2. 다음과 같은 직3각형 ABC(∠A=∠R)를 그려라.

1) BC=5cm, ∠B=37°

2) BC=6.5cm, AB=4cm

2. 원과 회전이동

그림 3−7과 같이 중심각이 같은 두 부채형 OAB와 OCD가 있다. 부채형 OAB를 점 O주위로 돌려 부채형 OCD에 꼭맞게 겹쳐놓을수 있다.

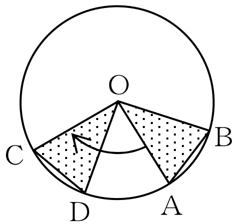


그림 3−7

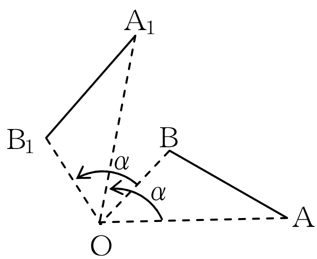
두 활등 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각을 ∠AOB, ∠COD라고 할 때

$$\angle AOB = \angle COD \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$$

회전이동과 성질

선분 AB를 점 O를 중심으로 α 만큼 돌려 선분 A_1B_1을 얻을 때 선분 A_1B_1은 점 O를 중심으로 선분 AB를 **회전이동하여 얻었다**고 말한다.

일반적인 도형에 대하여서도 회전이동을 생각한다. 어떤 도형의 회전이동에서 대응하는 각, 변들은 다 같다.



알아보기 한 원에서 활등이 2배, 3배로 늘어나면 그에 대한 중심각은 몇배씩 늘어나는가를 알아보아라.

활등과 중심각사이의 관계

한 원에서 중심각의 크기는 그에 대한 활등의 길이에 비례한다.

알아보기 원 O의 부채형 OAB와 OCD에서

1) 중심각이 같으면 활줄이 같은가? 활등은?

2) 활줄이 같으면 중심각이 같겠는가? 회전이동을 써서 알아보아라.

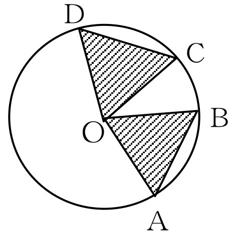


그림 3-8

활줄과 중심각사이의 관계

한 원에서 중심각이 서로 같으면 그에 대한 활줄도 서로 같고 또 활줄이 서로 같으면 그에 대한 중심각도 서로 같다.

문 제

1. 그림 3−9에서 다각형 ABCDEF는 바른6각형이다.

1) ∠AOB는 몇도인가?

2) 자와 콤파스로 바른6각형을 그리는 방법을 말하여라.

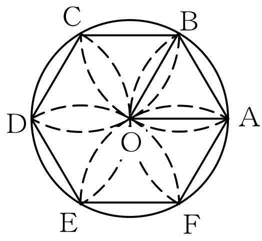


그림 3-9

2. 자와 콤파스를 써서 다음과 같은 바른다각형을 그려라.

1) 바른4각형, 바른8각형　　2) 바른3각형, 바른6각형

3. 1) 한 원에서 두 활등이 같으면 그에 대응하는 활줄이 같다. 왜 그런가?

2) 한 원에서 두 활줄이 같으면 그에 대한 활등이 같다고 말할수 있는가?

알아보기 원 O의 부채형 OAB에서 중심각의 2등분선 XY를 긋고 그에 관하여 축대칭이동하면 다른 반원에 겹쳐진다. 이때

1) BH에 AH가 겹쳐지는가?
2) ∠OHA는 몇도인가?
3) 직경 XY에 활줄 AB가 수직인가?

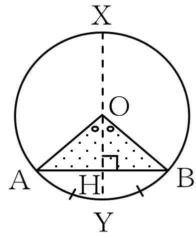


그림 3-10

직경에 수직인 활줄은 그 직경에 의해서 2등분된다.

활줄에 수직인 직경은 그 활줄과 그에 대한 활등을 2등분한다.

한 활줄에 의해서 원은 두 부분으로 나누인다. 이때 매개 부분을 **활형**이라고 부른다.

문 제

1. 그림 3－11과 같은 원의 활등 $\overset{\frown}{AB}$를 2등분하여라. 또 4등분하여라.

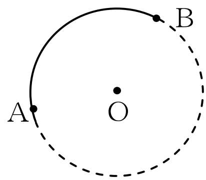


그림 3-11

2. 중심 O를 공통으로 가지는 반경이 서로 다른 두 원둘레가 있다. 한 직선이 이 두 원둘레와 사귈 때 그 사귐점을 차례로 A, C, D, B라고 하면 AC＝DB라고 말할수 있는가?(그림 3－12)

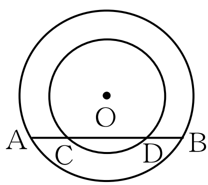


그림 3-12

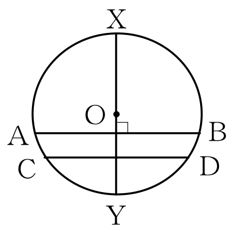


그림 3-13

3. 원 O에 평행인 두 활줄 AB, CD가 있다.(그림 3－13) AB⊥XY인 직경 XY는 활줄 CD를 2등분한다고 말할수 있는가?

련습문제

1. 그림 3－14에서 AB＝AC, ∠A＝40°이다. ∠AOB, ∠AOC, ∠BOC는 각각 얼마인가?

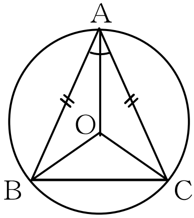


그림 3-14

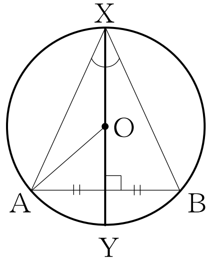


그림 3-15

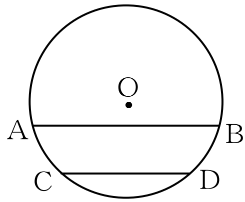


그림 3-16

2. 원둘레 O의 활등 $\overset{\frown}{AB}$가 있다.(그림 3－15) 활줄 AB의 수직2등분선과 원둘레와의 사귐점을 X, Y라고 할 때 ∠AXB＝64°이면 ∠AOY는 몇도인가?

3. 그림 3－16에서 AB//CD이면 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$라고 말할수 있는가?

4. 원 O와 그안에 점 A가 있다. 점 A에서 2등분되는 활줄 CD를 그어라.

제2절. 원둘레와 직선, 원과 원의 자리관계

1. 원둘레와 직선의 자리관계

해보기 원둘레 O 및 그와 사귀는 직선 ℓ이 있다. 여기서 ℓ⊥OT이다. 이제 그림 3－17과 같이 직선 ℓ을 평행이동하여보아라.
이때 직선과 원둘레가 공통으로 가지는 점의 개수는 어떻게 달라지겠는가?

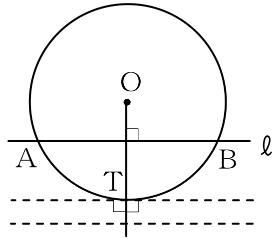


그림 3-17

① 원둘레와 직선이 두 점을 공통으로 가지는 경우

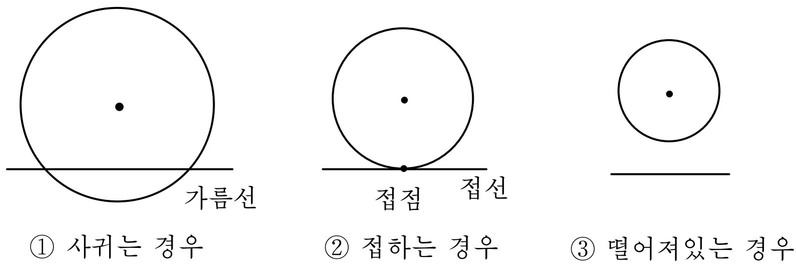
이때 **직선과 원둘레는 사귄다**고 말하며 이 직선을 **원**(또는 원둘레)**의 가름선**이라고 부른다.

② 원둘레와 직선이 한 점만을 공통으로 가지는 경우

이때 이 직선은 **원**(또는 원둘레)**에 접한다**고 말하며 이 직선을 **원의 접선**, 공통으로 가지는 점을 **접점**이라고 부른다.

③ 원둘레와 직선이 떨어져있는 경우

원둘레와 직선의 자리관계



원의 접선은 접점에 그은 반경에 수직이다.(그림 3−18)

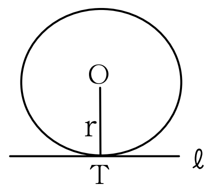


그림 3-18

문 제

1. AB를 직경으로 하는 원이 있다.(그림 3−19) 원둘레의 점 C와 A, C와 B를 각각 맺었을 때

1) ∠CAB=60°이면 △AOC는 바른3각형이다. 왜 그런가?

2) 직3각형 ABC에서 직각변 AC와 빗변 AB의 길이를 비교하여라.

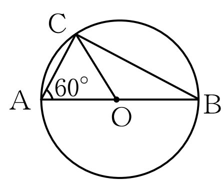


그림 3-19

2. 한 직선 ℓ을 긋고 그밖에 한 점 O를 찍어라. 점 O를 중심으로 하고 직선 ℓ에 접하는 원을 그려라.(접점부터 먼저 구하여라.)

3. 직선 l에 점 A가 있다. 점 A에서 직선 l에 접하게 반경이 3cm인 원을 그려라. 몇개 그릴수 있는가?

4. 원 O밖에 직선 l이 있다. 직선 l에 평행이면서 원 O에 접하는 직선을 그어라.

5. 그림 3-20과 같이 점 A에서 원 O에 2개의 접선 AT, AT_1를 그었다. 이때 △AOT를 직선 AO에 관하여 축대칭이동하면 $△AOT_1$로 넘어간다. 이때 무엇을 알수 있는가?

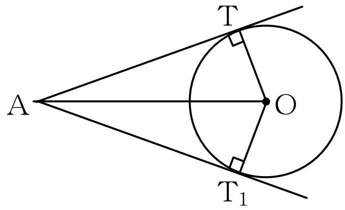


그림 3-20

2. 두 원의 자리관계

해보기 반경이 다른 두 원의 중심 O, O_1이 직선 l에 있다. 이제 원 O_1의 중심이 l에 놓이면서 원 O_1을 원 O쪽으로 평행이동하여보아라. 두 원의 자리관계에는 어떤 경우들이 있겠는가?

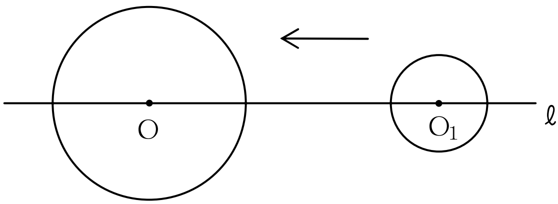


그림 3-21

① 떨어져있는 경우

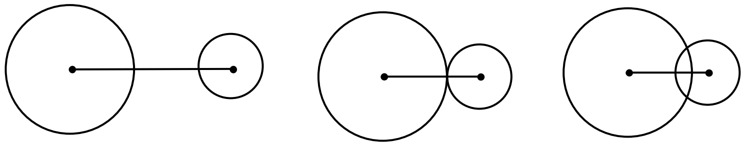
② 한 원이 다른 원의 바깥에 있으면서 한 점만을 공통으로 가지는 경우— **외접**하는 경우

③ 사귀는 경우

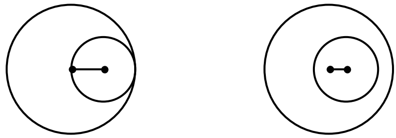
④ 한 원이 다른 원의 아낙에 있으면서 한 점만을 공통으로 가지는 경우— **내접**하는 경우

⑤ 한 원이 다른 원안에 들어있는 경우

두 원의 자리관계



① 떨어져있는 경우　② 외접하는 경우　③ 사귀는 경우



④ 내접하는 경우　⑤ 들어있는 경우

알아보기 1. 두 원둘레가 사귀면 그 사귐점들은 두 중심을 지나는 **중심선**이라고 부르는 직선에 관하여 대칭인가?

2. 두 원둘레가 접해있으면 그 접점은 반드시 그 두 중심을 지나는 직선에 있다고 말할수 있는가?

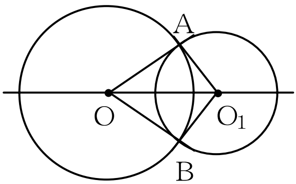


그림 3-22

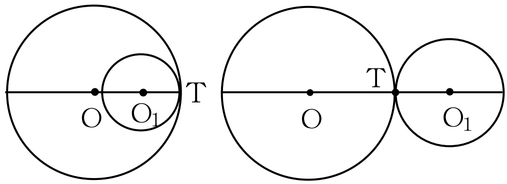


그림 3-23

두 원 O, O_1이 사귀면 두 사귐점은 중심선 OO_1에 관하여 대칭이다.

두 원 O, O_1이 서로 접하면 접점은 중심선 OO_1에 놓인다.

문 제

1. 반경이 r, $r_1(r>r_1)$인 두 원 O, O_1이 있다. 여기서 $OO_1=d$이다.

1) 두 원이 떨어져있을 때 $r+r_1$과 d는 어느것이 크겠는가?(그림 3−24)

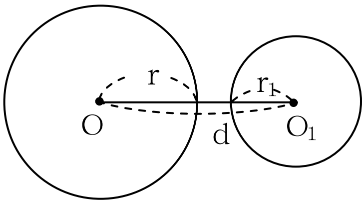


그림 3-24

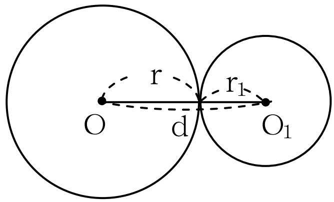


그림 3-25

2) 두 원이 외접할 때 $r+r_1$과 d사이에는 어떤 관계가 있겠는가?(그림 3−25)

3) 두 원이 사귈 때에는 $d<r+r_1$이라고 말할수 있는가?(그림 3−26)

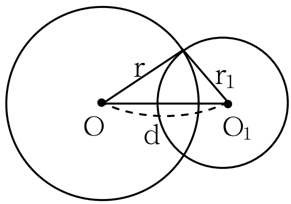
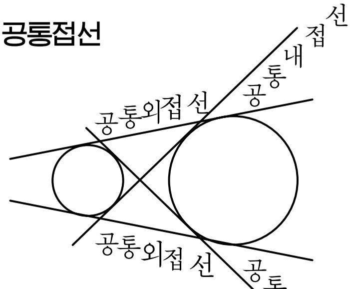


그림 3-26

2. 반경이 각각 2cm, 1.5cm, 1cm인 세 원 O_1, O_2, O_3이 둘씩 서로 외접하고있다. $\triangle O_1O_2O_3$의 세 변의 길이를 구하여라.

두 원의 공통접선

한 직선이 두 원에 동시에 접할 때 이 직선을 두 원의 **공통접선**이라고 부른다.



두 원이 공통접선의 한쪽에만 놓일 때 이 공통접선을 **공통외접선**, 량쪽에 놓이면 이 공통접선을 **공통내접선**이라고 부른다.

두 원이 떨어져있을 때 공통외접선과 공통내접선은 각각 2개씩 있다.

문 제

1. 두 원이 외접할 때 공통외접선과 공통내접선은 몇개씩이겠는가?(그림 3—27)

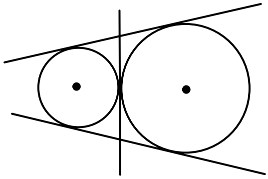


그림 3-27

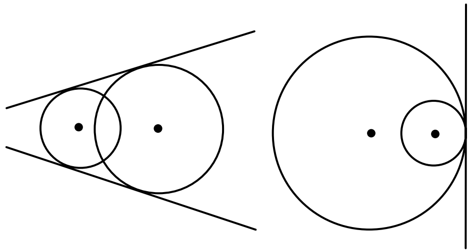


그림 3-28

2. 두 원이 사귈 때와 내접할 때에는 공통외접선과 공통내접선이 몇개씩이겠는가?(그림 3—28)

련습문제

1. 두 변이 4cm, 5cm인 직4각형모양의 판이 있다. 이 판에서 가장 큰 원을 오려내려고 한다. 어떻게 오려내야 하겠는가?

2. 그림 3—29와 같이 원 O와 활등 $\overset{\frown}{AB}$ 가 있다. 활줄 AB에 평행인 접선 TC를 그었다. T가 접점일 때 $\overset{\frown}{AT}=\overset{\frown}{BT}$ 라고 말할수 있는가?(T를 지나는 직경을 긋고 생각하여라.)

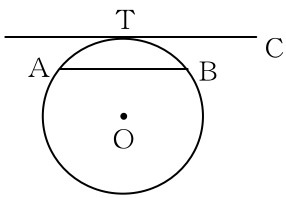


그림 3-29

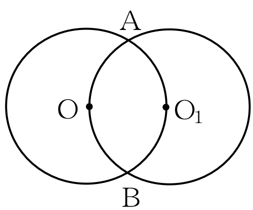


그림 3-30

3. 그림 3−30과 같이 반경이 같은 두 원둘레 O, O_1이 서로 중심을 지나면서 점 A, B에서 사귀고있다. 4각형 $AOBO_1$은 어떤 4각형인가?

4. 두 원둘레 O, O_1이 두 점 A, B에서 사귄다. 선분 AB는 직선 OO_1에 의하여 수직2등분된다고 말할수 있는가?(그림 3−31)

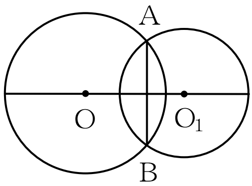


그림 3-31

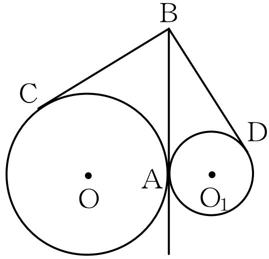


그림 3-32

5. 두 원 O, O_1이 점 A에서 외접하고있다. A를 지나는 공통접선의 점 B에서 두 원에 접선을 긋고 그 접점을 각각 C, D라고 할 때 BC=BD이다. 왜 그런가?(그림 3−32)

제3절. 원기둥과 구

1. 원기둥

알아보기 평면 α에 원 O와 수직선분 OO_1이 있다. 원 O를 OO_1방향으로 OO_1의 길이만큼 평행이동해갈 때 둥근기둥모양의 도형이 생기는데 이것을 **원기둥**이라고 부른다.

1. 원 O≡원 O_1이겠는가?
2. 원 O의 점 A가 옮겨가 생긴 선분 AA_1은 다른 선분 BB_1과 같겠는가?

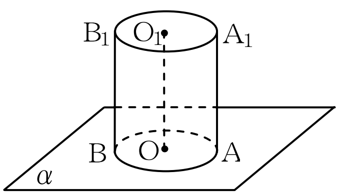


그림 3-33

알아보기 직4각형 ABCD를 AB를 축으로 1바퀴 돌릴 때 생기는 도형도 원기둥인가를 알아보아라.

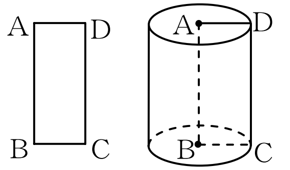
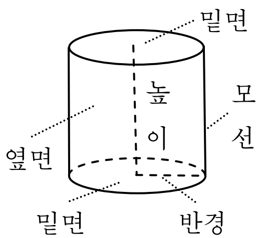


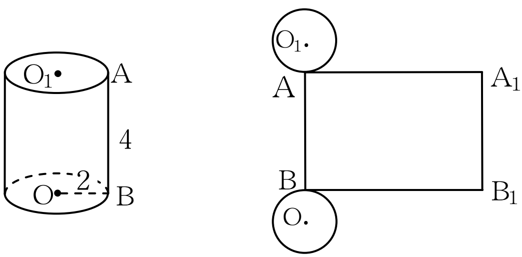
그림 3-34

> 직4각형을 한 직각변을 축으로 한바퀴 돌렸을 때 생기는 도형도 원기둥이다.
>
> 원기둥에서 두 밑면은 합동인 원이다.



례 1. 밑면의 반경이 2cm, 모선의 길이가 4cm인 원기둥을 두 밑면의 둘레를 따라 자르고 한 모선을 따라 잘라서 펴놓으면 그림 ㄴ)와 같다. 이때 그림 ㄴ)를 **원기둥의 펼친그림**이라고 부른다.

펼친그림에서 $AB=A_1B_1$은 원기둥의 모선과 같고 $AA_1=BB_1$는 원기둥의 밑면의 둘레와 같다.



ㄱ) ㄴ)

그림 3-35

례 2. 두터운 종이장으로 밑면의 반경이 3cm, 밑면의 둘레의 길이가 18.8cm, 모선이 4cm인 원기둥을 만들어라.

(풀이) 두터운 종이에서 그림과 같이 반경이 3cm인 두 원을 오려내고 변이 4cm, 18.8cm인 직4각형을 오려낸다.

다음 그림과 같이 직4각형을 원기둥의 옆면이 되게 말아서 붙이고 두 원판을 붙이면 된다.

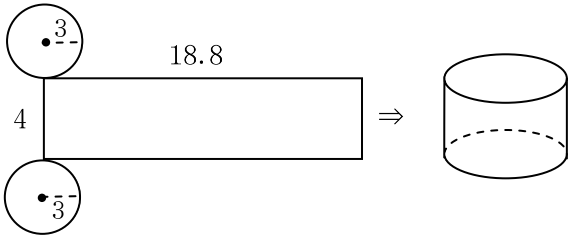


그림 3-36

문 제

원기둥의 옆면에 두 점 A, B가 있다. 옆면을 따라 A와 B를 맺는 선들가운데서 제일 짧은 선을 찾아라.(그림 3—37) A를 지나는 모선에서 잘라 펼친그림을 그리고 생각해보아라.

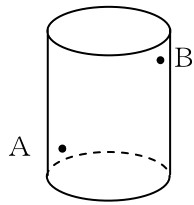


그림 3-37

2. 구

알아보기 반원(원의 절반)을 직경 AB를 축으로 1바퀴 돌릴 때 생기는 공모양의 도형을 **구**라고 부른다.

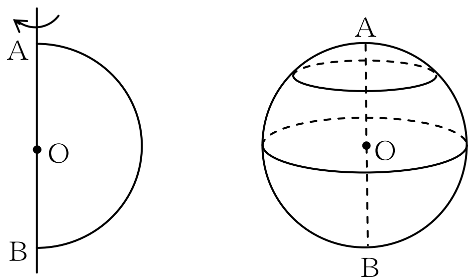


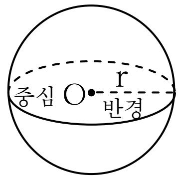
그림 3-38

1) 점 O에서 구의 겉면까지의 거리가 다 같은가를 알아보아라.

2) 구를 어떤 평면으로 자르면 늘 원이 생긴다고 말할 수 있는가?

공간에서 한 점 O로부터 같은 거리 r에 있는 점들의 모임을 **구면**이라고 부르고 구면으로 둘러막힌 도형을 **구**라고 부른다.

중심이 O, 반경이 r인 구(또는 구면)를 O(r)로 표시한다. 구를 어떤 평면으로 잘라도 늘 원이 얻어진다.



구면의 펼친그림은 얻을수 없다.

례. 구에서 구의 중심을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 원은 구의 중심을 지나지 않는 평면으로 자를 때 생기는 원보다 크다.

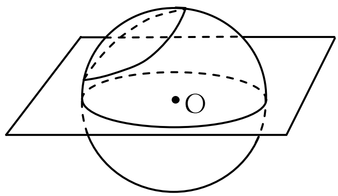


그림 3-39

그리하여 구의 중심을 지나는 자름면의 원을 **큰 원**, 구의 중심을 지나지 않는 자름면의 원을 **작은 원**이라고 부를 때도 있다.

문 제

구 O(3)을 평면 α에 올려놓았다. 이때 중심 O와 평면 α의 점들을 맺는 선분들가운데서 제일 짧은것을 말하여라.

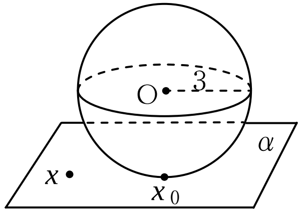


그림 3-40

련습문제

1. 구 O(5)와 밑면의 반경이 3인 원기둥이 한 점에서 접해있다. 원기둥의 높이 O_1O_2과 구의 중심 O사이의 거리를 구하여라.(그림 3-41)

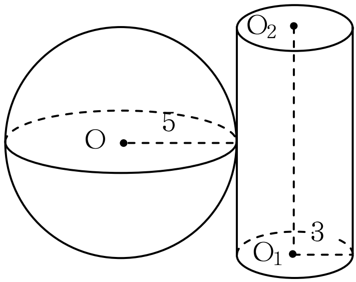


그림 3-41

2. 구 O(8)과 O_1(12)가 한 점에서 접해있다. 점 O, O_1사이의 거리를 구하여라.
3. 두 변이 4cm, 7cm인 직4각형을 말아서 원기둥의 옆면을 만드는 방법은 몇가지인가? 이때 두 원기둥의 높이, 밑면의 둘레는 얼마인가?(그림 3-42)

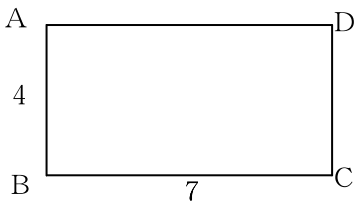


그림 3-42

복습문제

1. 원을 하나 그리고 두 직경 AB와 CD가 서로 50°의 각을 이루게 그어라.

2. 원둘레 O와 그 바깥에 점 A가 있다. 선분 AO가 원둘레와 사귀는 점을 B라고 하고 원둘레의 다른 점을 C라고 하면 AC>AB이다. 왜 그런가?(그림 3－43)

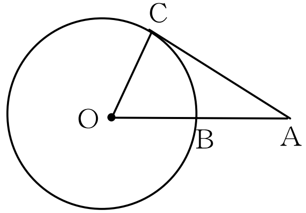


그림 3-43

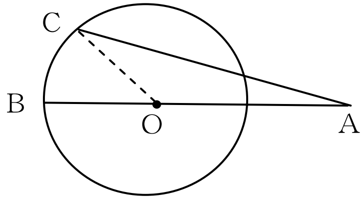


그림 3-44

3. 원둘레 O와 그 바깥에 점 A가 있다. 반직선 AO와 원둘레 O의 사귐점을 B라고 하고 원둘레의 다른 점을 C라고 할 때 다음것을 비교하여라.(그림 3－44)

1) AC와 AO+OC 2) AO+OC와 AB 3) AC와 AB

4. 주어진 원둘레에 한 점 P를 정하고 점 P를 끝점으로 하고 반경과 같은 두 활줄을 그어라. 그 두 활줄사이의 각은 몇도인가?

5. 원의 중심에서 5cm 떨어져있는 활줄 AB를 그었다. 점 A에서 그은 반경과 AB사이의 각이 45°일 때 AB의 길이를 구하여라.(그림 3－45)

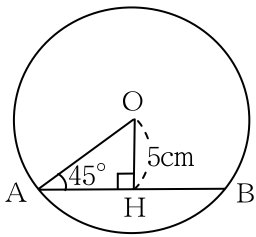


그림 3-45

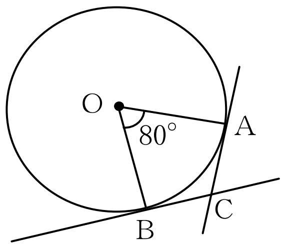


그림 3-46

6. 그림 3－46과 같이 점 A, B에서 접선을 그었을 때 이 두 접선은 몇도로 사귀겠는가?

7. 원 O에서 중심각 ∠AOB=40°, 활줄 AB=4cm이다. AB의 길이를 한 변으로 하는 바른다각형의 둘레의 길이를 구하여라.

8. 원 O가 직각 A의 두 변에 접하는 점을 각각 B, C라고 하면 4각형 OBAC는 무슨 4각형이겠는가?(그림 3－47)

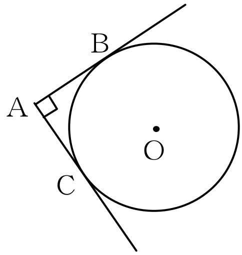


그림 3-47

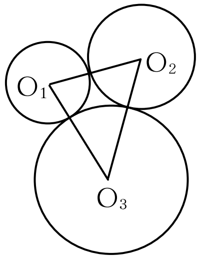


그림 3-48

9. 반경이 2cm인 원 O_1, 3cm인 원 O_2, $x$cm인 원 O_3이 둘씩 외접하고있다. $\triangle O_1O_2O_3$의 둘레가 18cm일 때 원 O_3의 반경은 몇cm인가?(그림 3－48)

10. 바른4각형 ABCD의 네 변에 함께 접하는 원을 그려라.

11. 바른4각형 ABCD의 정점 A, B, D를 중심으로 하고 이 바른4각형의 한 변의 길이를 반경으로 하는 원을 그릴 때 바른4각형안의 사귐점을 P, Q라고 하면 △CPQ는 어떤 3각형인가?

12. □안에 알맞는 말을 써넣어라.

1) 원의 접선은 □에 그은 반경에 수직이다.

2) 두 원이 서로 접할 때 접점은 □선에 놓인다.

3) 원에서 활줄에 수직인 □은 그 활줄을 2등분한다.

4) 원에서 활줄의 □선은 원의 중심을 지난다.

13. 그림 3－49와 같이 높이가 6cm인 원기둥안에 구가 닿아있다. 이때

1) 원기둥의 밑면의 반경은 얼마인가?

2) 구의 반경은 얼마인가?

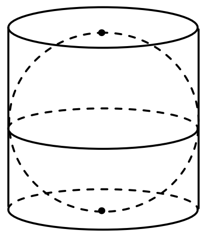


그림 3-49

제4장. 련립1차방정식

제1절. 방정식과 안같기식의 변형

1. 방정식의 변형

알아보기 다음 방정식들에 서로 다른 변수가 몇개 들어있는가?

1) $3(x-1)+5=2-x$

2) $2x-3y=7$

3) $x+5y=3z-2$

4) $x-y=y+3$

방정식에 들어있는 서로 다른 변수의 개수에 따라 방정식을 가를수 있다. 방정식에 들어있는 서로 다른 변수가 한개이면 그 방정식을 **한변수방정식**, 두개이면 **두변수방정식**, 세개이면 **세변수방정식**, … 이라고 부른다.

례 1.

$x^2+2x=6$	한변수방정식	
$\frac{2}{3}x+y^2=3-y$	두변수방정식	여러변수방정식
$x+0.5y-3x^2=5z$	세변수방정식	여러변수방정식
$7x+3u+27y=z$	네변수방정식	여러변수방정식

문 제

다음 방정식들가운데서 한변수방정식, 두변수방정식, 세변수방정식을 각각 찾아보아라.

1) $\dfrac{1}{x+y}=3$

2) $\dfrac{1}{2}x-x^2=3$

3) $\dfrac{x-y}{x+y}-3z^2=0$

4) $\dfrac{3x^2-y^2}{x+y-z}=0$

5) $(x-2y)(3x+2)=0$

6) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=1$

알아보기 방정식 $2x-y=-2$에 맞는 변수 x, y값의 렬 (x, y)를 다음의 렬가운데서 다 찾아라.

(3, 2), (2, 7), (4, 10), (−2, −2)

> 여러변수방정식에 맞는 변수값들의 렬을 그 **방정식의 풀이**라고 부른다. **방정식을 푼다**는것은 그 방정식의 풀이를 구한다는 것이다.

례 2. 방정식 $2x+1=0$을 풀어라.

(풀이) 갈기식의 성질을 써서 마디를 옮기고 정돈하면

$$2x=-1$$

$$x=-\frac{1}{2}$$ 풀이. $-\frac{1}{2}$

례 3. 방정식 $y=2x+1$의 풀이를 자연수들가운데서 구하여라.

(풀이) 변수 x의 값으로 자연수 1, 2, 3, …, n, … 을 잡고 방정식에 맞는 변수 y의 값을 각각 구하면

$x=1$일 때 $y=2\cdot1+1=3$ (자연수)

$x=2$일 때 $y=2\cdot2+1=5$ (자연수)

$x=3$일 때 $y=2\cdot3+1=7$ (자연수)

… … …

$x=n$일 때 $y=2\cdot n+1$ (자연수)

… … …

따라서 풀이는

(1, 3), (2, 5), (3, 7), …, $(n, 2n+1)$, …

알아보기 방정식 ①로부터 ②를 어떻게 얻을수 있는가? 두 방정식의 풀이가 같은가 다른가?

$6x-3=0$ …… ①

$2x=1$ …… ②

방정식을 풀이가 같은 방정식으로 고치는것을 **방정식을 변형한다**고 말한다.

방정식을 다음과 같이 고치는것은 방정식의 변형이다.

1) 방정식의 두 변을 서로 바꾸는것

2) 마디의 부호를 바꾸어 다른 변으로 마디를 옮기는것

3) 방정식의 두 변에 각각 령 아닌 같은 수를 곱하거나 나누는것

한 방정식이 다른 방정식을 변형하여 얻어진다면 이 두 방정식은 서로 **동등한 방정식**이라고 부른다.

례 4. 다음 방정식을 풀어라.

$3=2x-5$ ①

(풀이) 두 변을 바꾸면

$2x-5=3$ ②

왼변에 변수마디만 남도록 마디들을 옮기면

$2x=8$ ③

두 변을 $2(\neq 0)$로 나누면

$x=4$ ④

우의 례에서 방정식 ①, ②, ③, ④는 모두 서로 동등한 방정식이다.

따라서 방정식 ④의 풀이 4는 방정식 ①의 풀이로 된다.

그러므로 방정식 ①의 풀이는 4이다.

문 제

다음 왼쪽 방정식을 어떻게 변형하면 오른쪽 방정식을 얻을수 있는가?

1) $3x+2=x-6$, $x-6=3x+2$

2) $2x+y=10$, $y=10-2x$

3) $6x+12=3y$, $2x-y=-4$

4) $\frac{x}{5}-\frac{y}{3}=2$, $3x-5y=30$

2. 안같기식의 변형

방정식에서와 같이 안같기식에서도 동등한 안같기식을 생각할 수 있다.

알아보기 안같기식 ②로부터 ①이 어떻게 얻어지는가? 두 안같기식의 풀이는 같은가 다른가?

$x-2>0$ …… ①

$4(x-2)>0$ … ②

안같기식을 풀이가 같은 안같기식으로 고치는것을 **안같기식을 변형한다**고 말한다.

안같기식을 다음과 같이 고치는것은 안같기식의 변형이다.

1) 안같기식의 두 변을 서로 바꾸면서 안같기기호의 방향을 돌려놓는것
(례. $A<B \leftrightarrow B>A$)

2) 마디의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는것

3) 안같기식의 두 변에 같은 정수를 각각 곱하거나 나누는것

4) 안같기식의 두 변에 같은 부수를 각각 곱하거나 나누면서 안같기기호의 방향을 바꾸어놓는것

한 안같기식이 다른 안같기식을 변형하여 얻어진다면 이 두 안같기식을 서로 **동등한 안같기식**이라고 부른다.

례 1. 안같기식

$$\frac{2}{3}x-\frac{1-x}{2}<1-\frac{x}{4} \qquad ①$$

의 풀이과정을 보면서 안같기식 ②, ③, ④가 각각 어떤 변형을 하여 얻은것인가를 ( )안에 밝혀라.

(풀이) $8x-6(1-x)<12-3x$ ② (　　)

$8x-6+6x<12-3x$

$14x-6<12-3x$

$14x+3x<12+6$ ③ (　　)

$17x<18$

$$x < \frac{18}{17} \qquad ④ \qquad (\quad)$$

안갈기식 ②, ③, ④는 모두 안갈기식 ①을 변형하여 얻은 안갈기식이므로 동등한 안갈기식이다.

즉 그것들의 풀이는 모두 같다.

그러므로 구하려는 안갈기식 ①의 풀이는

$$x < \frac{18}{17}$$

례 2. x에 관한 안갈기식

$$3 < 1 - ax \qquad ①$$

를 풀어라.

(풀이) 오른변에 변수마디만 남도록 마디들을 옮기고 정돈하면

$$2 < -ax \qquad ②$$

두 변을 서로 바꾸어쓰면

$$-ax > 2 \qquad ③$$

두 변에 각각 -1을 곱하면

$$ax < -2 \qquad ④$$

$a > 0$일 때 풀이는 $x < -\frac{2}{a}$

$a = 0$일 때 풀이는 없다.

$a < 0$일 때 풀이는 $x > -\frac{2}{a}$

문 제

1. 다음 왼쪽 안갈기식으로부터 오른쪽 안갈기식을 얻는것이 어떤 변형인가를 말하여라.

1) $3x - 2 > 7$, $3x > 7 + 2$ 2) $\frac{1}{4}x - 3 > x$, $x - 12 > 4x$

3) $-3x + 1 < x$, $x > -3x + 1$ 4) $-\frac{x}{3} + 2 > 2x - 1$, $x - 9 < -6x$

2. 다음 안갈기식을 풀어라.

1) $\frac{x+5}{2}>\frac{4+3x}{3}$　　2) $\frac{2}{3}x-\frac{1-x}{2}<1-\frac{x}{4}$

3. 다음 안갈기식을 x에 관해서 풀어라.

1) $ax+3>2x-6$　　2) $ax-4\leqslant bx+6$

련습문제

1. 옳은 답을 선택하여라.

1) $x=-2$일 때 $2x^2+mx+4$의 값이 18이면 $x=2$일 때 이 식의 값은 ( )이다.

① -18　② -10　③ 18　④ 6

2) $y=1$이 방정식 $2-\frac{1}{3}(m-y)=2y$의 풀이이면 x에 관한 방정식 $m(x-3)-2=m(2x-5)$의 풀이는 ( )이다.

① -10　② 0　③ 3　④ 10

2. $(6,\ b)$가 방정식 $\frac{1}{3}x-y-4=0$의 한 풀이일 때 b의 값을 구하여라.

3. 다음 방정식을 [ ]안에 있는 글자에 관하여 풀어라.

1) $\mathrm{A}=2\pi r(r+h)$, $[h]$　　2) $\mathrm{s}=\mathrm{s}_0+vt$, $[v]$

3) $\mathrm{s}=v\mathrm{t}+\frac{1}{2}gt^2$, $[v]$　　4) $y=\frac{1+3x}{2+x}$, $[x]$

5) $v=\frac{\mathrm{S}-\mathrm{S}_0}{t-t_0}$, $[t]$

4. 두변수방정식 $2x-y=4$을 y에 관하여 풀고 x가 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3일 때 y의 값을 구하여라.

5. x에 관한 안갈기식 $ax-1>x-a$에 대하여

1) $x>-1$이 풀이로 되자면 글자 a는 어떤 값이여야 하는가?

2) $x<-1$이 풀이로 되자면 글자 a는 어떤 값이여야 하는가?

3) 풀이가 없게 되자면 글자 a는 어떤 값을 가져야 하는가?

6. $a<c$, $ax+b<cx+d$일 때 □안에 알맞는 안갈기기호를 써넣어라.

$$x\square\frac{d-b}{a-c}$$

7. 그림 4−1을 보고 다음 안갈기식의 풀이를 말하여라.

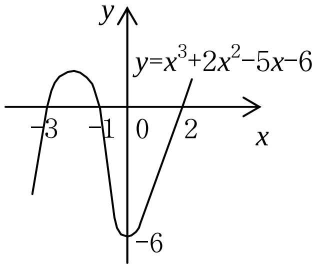


그림 4−1

1) $x^3+2x^2-5x-6>0$

2) $x^3+2x^2-5x-6\leqslant 0$

8. x에 관한 방정식 $(a-b)x=c$가 있다.

1) 하나의 풀이를 가지려면 a, b, c는 어떤 값이여야 하는가?

2) 아무런 수나 풀이로 되자면 a, b, c는 어떤 값을 가져야 하는가?

3) 풀이가 없게 되자면 a, b, c는 어떤 값을 가져야 하는가?

9. x에 관한 안갈기식 $ax>b$의 풀이가 다음과 같을 때 a와 b는 어떤 값들을 가지게 되는가?

1) 풀이모두가 정수이다.(모든 정수는 아니다.)

2) 풀이는 모든 정수이다.

3) 풀이에는 정수도 있고 부수도 있다.

4) 풀이모두가 부수이다.(모든 부수는 아니다.)

5) 풀이는 모든 부수이다.

10. 어떤 물탕크에 물을 뽐프로 1시간동안에 탕크용량의 $\frac{1}{20}$을 채울수 있다. 지금 물이 절반 차있는 탕크에 물을 채우면서 동시에 1시간동안에 탕크용량의 $\frac{1}{50}$씩 뽑아쓴다. 물을 채우기 시작하여 몇시간 지나야 탕크에 물이 $\frac{9}{10}$이상 차겠는가?

11. 35g의 소금이 녹아있는 소금물이 있다. 여기에 소금을 얼마 더 넣었더니 5%이상의 소금물 985g이 되였다. 소금을 얼마나 넣었는가?

제2절. 련립방정식의 의미

1. 련립방정식의 의미

찾기 다음 방정식들가운데서 변수가 든 마디의 차수가 1차인 방정식을 골라내여라.

1) $2x-9=6$　　　　2) $3x-2y=60$

3) $2x^2-x+1=y$　　　　4) $3x-y=4x-3y+10$

변수가 든 마디의 차수가 1인 방정식을 **1차방정식**이라고 부른다.

례 1. $2x-5=x+1$　　　　한변수1차방정식

$3x+y=5$　　　　두변수1차방정식

$x+2y-5z=10$　　　　세변수1차방정식

찾기 두 방정식

$x+y=20$　①　　　　$4x+2y=64$　②

에서 다음의 두 수의 렬들은 방정식 ①에 다 맞는다. 이 렬들이 방정식 ②에도 다 맞는가 따져보아라.

(1, 19), (2, 18), (3, 17), (4, 16)

몇개의 방정식을 묶은것을 **련립방정식**이라고 부른다.

련립방정식에 서로 다른 변수가 두개 들어있고 매 방정식이 1차방정식일 때 그 련립방정식을 **련립두변수1차방정식**이라고 부른다.

련립두변수1차방정식의 일반모양 (변수는 x, y)

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=p \\ a_2x+b_2y=q \end{cases}$$

례 2. 련립방정식

$$\begin{cases} x+y=29 \\ 4x+2y=64 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x=2 \\ 7x-2y=3 \end{cases}$$

들은 다 련립두변수1차방정식이다.

련립방정식에 서로 다른 변수가 세개(n개) 들어있고 매 방정식의 차수가 1일 때 그 련립방정식을 **련립세변수(n변수)1차방정식**이라고 부른다.

례를 들어 련립방정식

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x+y=2z \\ y-z=8 \end{cases}$$

은 련립세변수1차방정식이다.

문 제

다음 방정식들에 알맞는 이름을 달아라.

1) $3x-7y=20$

2) $\begin{cases} 2x-y=7 \\ 4x+5y=10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x-y=10 \\ 2x-y=5 \\ z+2y=1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x^2+y^2=31 \\ x-2y=4 \end{cases}$

2. 련립방정식의 풀이

해보기 변수 x, y의 렬이

(1, 7), (2, 5), (3, 3), (3, −4), (5, −1), (1, −7)

의 수들만을 잡을 때 련립방정식

$$\begin{cases} 2x+y=9 & ① \\ 3x-2y=17 & ② \end{cases}$$

에서 ①의 풀이 A, ②의 풀이 B, ①과 ②의 공통풀이 C를 구하여라.

> 련립방정식의 매 방정식에 다 맞는 공통풀이를 그 **련립방정식의 풀이**라고 부른다.
>
> 련립방정식의 풀이들을 모두 구하는것을 간단히 **련립방정식을 푼다**고 말한다.

례 1. 우의 해보기에 있는 련립방정식

$$\begin{cases} 2x+y=9 & ① \\ 3x-2y=17 & ② \end{cases}$$

을 풀어라.

(풀이) (1, 7), (2, 5), (3, 3), (5, －1)　①의 풀이

(1, －7), (3, －4), (5, －1)　②의 풀이

①, ②에 다 맞는 풀이 (5, －1)

풀이. (5, －1)

례 2. x＝2, y＝5가 련립방정식의 풀이가 되게 a의 값을 정하여라.

$$\begin{cases} ax+3y=21 \\ 5x-5a=-5 \end{cases}$$

(풀이) x＝2, y＝5를 련립방정식에 갈아넣고 매 방정식들을 변형하면

$$\begin{cases} 2a+15=21 \\ 10-5a=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=6 \\ -5a=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=3 \end{cases}$$

즉 a＝3으로 정하면 된다.

문 제

1. x＝1, y＝－3이 다음 련립방정식의 풀이로 되는가를 따져보아라.

$$\begin{cases} x-y=4 \\ y=-x-2 \end{cases}$$

2. x, y의 값 렬 (2, 1), (1, 3), (3, 1)들가운데서 다음 련립방정식의 풀이를 찾아라.

$$\begin{cases} 4x-y=1 \\ x+2y=7 \end{cases}$$

3. a가 아무런 값을 잡아도 x＝3, y＝1이 련립방정식

$$\begin{cases} ax-y=13 \\ 2x+3y=3 \end{cases}$$

의 풀이로 될수 없다는것을 밝혀라.

련습문제

1. x, y가 5보다 크지 않은 자연수값들만을 잡을수 있을 때 련립방정식

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

의 풀이를 구하여라.

2. x, y가 옹근수값만을 잡을수 있을 때 련립방정식

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

의 풀이를 구하여라.

3. $x=1$, $y=2$가 련립방정식

$$\begin{cases} ax + 3y = 2 \\ 6x + 2y = 10 \end{cases}$$

의 풀이가 되도록 a의 값을 구하여라.

4. x에 관한 1차방정식

$$\frac{2kx + a}{3} - \frac{x - bk}{6} = 2$$

의 풀이가 아무런 k의 값에 대하여서도 1이 되도록 a, b의 값을 정하여라.

제3절. 련립두변수1차방정식의 풀이법

1. 갈아넣기법

련립두변수1차방정식은 거기에 들어있는 어느 한 방정식이 한 변수1차방정식으로 되도록 변형하여 푼다.

례 1. 다음 련립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x + 3y = 5 & ① \\ y = 2x - 3 & ② \end{cases}$$

(풀이) ②를 ①에 갈아넣으면 ①은 한변수1차방정식으로 된다.

②를 ①에 갈아넣으면

$$x+3(2x-3)=5$$

$$x+6x-9=5$$

$$7x=14$$

$$x=2 \qquad ③$$

③을 ②에 갈아넣으면

$$y=4-3=1$$

풀이. (2, 1)

이와 같이 한 변수를 다른 변수에 관한 식으로 표시하고 갈아넣으면서 련립방정식을 푸는 방법을 **갈아넣기법**이라고 부른다.

례 2. 다음 두변수1차방정식을 갈아넣기법으로 풀어라.

$$\begin{cases} x-y=2 & ① \\ 2x-3y=3 & ② \end{cases}$$

(풀이) ①에서 변수 x를 y에 관한 1차식으로 표시하면

$$x=2+y \qquad ③$$

③을 ②에 갈아넣으면

$$2(2+y)-3y=3$$

$$4+2y-3y=3$$

$$-y=-1$$

$$y=1$$

이것을 ③에 갈아넣으면

$$x=2+1=3$$

풀이. (3, 1)

문 제

1. 례 2에서 변수 y를 x에 관한 1차식으로 표시하고 풀어라. 그리고 그 풀이를 례 2에서 얻은것과 비교하여라.

2. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} x = y - 2 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x + 8y = -1 \\ 2x + 5y = 1.5 \end{cases}$

3. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 25x - 4y + 1 = 0 \\ 31x - 5y + 16 = 0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4(x+2) - 3 = -2 - 5y \\ 3(y+2) - x = 3 - 3x \end{cases}$

3) $\begin{cases} 4x + 6y - 98 = 0 \\ 3x + 2y - 46 = 0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{2} - \dfrac{2y-12}{9} = 3\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{2x+7}{3} - \dfrac{5y-3}{6} = 1 \end{cases}$

2. 더덜기법

련립방정식에 들어있는 두 방정식을 변끼리 더하거나 덜어서 한변수1차방정식을 얻어내면 그것을 쉽게 풀수 있다.

례 1. 다음 련립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -3 & \text{①} \\ 5x + 2y = 11 & \text{②} \end{cases}$$

(풀이) ①＋②

$$\begin{array}{rl} & 3x - 2y = -3 \\ +) & 5x + 2y = 11 \\ \hline & 8x \qquad = 8 \end{array}$$

$$x = 1 \qquad \text{③}$$

③을 ②에 갈아넣으면

$$5 \cdot 1 + 2y = 11$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

풀이. (1, 3)

(x＝1을 ①에 갈아넣어도 꼭같은 풀이를 얻는다.)

례 2. 다음 련립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 3x+4y=-6 & ① \\ 6x-5y=27 & ② \end{cases}$$

(풀이) 방정식 ①과 방정식 ②를 그대로 두고 변끼리 더하거나 덜어서는 한변수1차방정식을 얻을수 없다. 즉 어느 한 변수가 없어지지 않는다.

이러한 때에는 어느 한 변수의 곁수들을 같게 또는 서로 반대수가 되게 변형하여 변끼리 덜거나 더해야 한다.

①×2

$$\begin{cases} 6x+8y=-12 & ③ \\ 6x-5y=27 & ② \end{cases}$$

③－②

$$13y=-39$$

$$y=-3$$

이것을 ②에 갈아넣으면

$$6x-5(-3)=27$$

$$6x=12$$

$$x=2$$

풀이. (2, －3)

이와 같이 두 방정식을 변끼리 더하거나 더는 방법으로 련립방정식을 푸는 방법을 **더덜기법**이라고 부른다.

문 제

1. 다음 련립방정식을 더덜기법으로 풀어라.

1) $\begin{cases} 3x+4y=15 \\ x+4y=8 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x-4y=15 \\ 2x+3y=20 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 7x-2y=3 \\ 3x+5y=-28 \end{cases}$

2. 다음 련립방정식을 편리한 방법으로 풀어라.

1) $\begin{cases} 9x-4y=16 \\ 5x+4y=10 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x-y=2 \\ y=3x+1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x+4y=-1 \end{cases}$

3. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 3(x-2)=2(5y-1)-5 \\ 2(3x+1)=5(2-y)-15 \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dfrac{2x}{9}+\dfrac{y}{4}=11 \\ \dfrac{5x}{12}+\dfrac{y}{3}=19 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x+5}{3}-2y=\dfrac{3x-y}{4}-7 \\ \dfrac{10(y-x)-4(1-y)}{3}=x \end{cases}$

3. 그라프에 의한 풀이법

해보기 다음 련립방정식의 매개 방정식의 그라프를 한자리표평면에 그리고 사귐점의 자리표가 련립방정식의 풀이인가를 따져보아라.

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$$

례. 다음 련립두변수1차방정식을 그라프에 의하여 풀어라.

$$\begin{cases} x-2y=-1 & ① \\ 2x+y=8 & ② \end{cases}$$

(풀이) 1차식 $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$,

$y=-2x+8$의 그라프를 한자리평면에 그리고 사귐점의 자리표를 찾으면 (3, 2)이다.

(3, 2)는 ①과 ②의 공통풀이이다.

따라서 련립방정식의 풀이는 (3, 2)

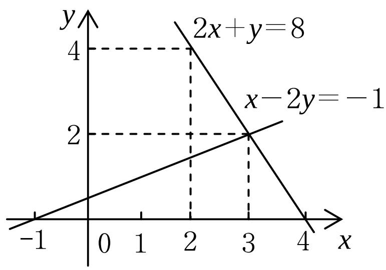


그림 4−2

문 제

1. 다음 련립방정식을 그라프로 풀어라.

1) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 2x+3y=-1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2y=7 \\ 3x-y=0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x-7y=-15 \\ x+3y=8 \end{cases}$

2. 다음 련립방정식을 편리한 방법으로 풀어라.

1) $\begin{cases} 9x-4y=16 \\ 5x+5y=10 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x-y=2 \\ y=3x+4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x+5y=-1 \end{cases}$

3. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 2x-3y=-2 \\ 3x+4y=-5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x-3y=8 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 8x-y=3 \\ 6x-5y=-19 \end{cases}$

련습문제

1. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 3x+5y=4 \\ x-2y=-6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ 2x+3y=8 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 8x-y=-7 \\ x-2y=1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y=x+3 \\ 3x+4y=17 \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x+3y=1 \\ 6x+5y=4 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+y-5=0 \end{cases}$

2. 다음 련립방정식을 그라프에 의하여 풀어라.

1) $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2y-x=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x+y=1 \\ 3x+2y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ 4x+2y=2 \end{cases}$

3. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} \frac{3}{5}x-\frac{5}{2}y=-\frac{9}{2} \\ \frac{2}{3}x+\frac{5}{6}y=\frac{35}{6} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3x-y}{2}-\frac{7-y}{5}=3x-2 \\ \frac{5+x}{3}-\frac{y+6}{4}=\frac{y}{2}-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x-5}{4}-\frac{y+9}{5}=\frac{x}{3}-2y+1 \\ \frac{x+2}{5}+\frac{y+5}{3}=\frac{x+y}{4}+2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 6x-7y=4.6 \\ 1.8x-5y=0.8 \end{cases}$

제4절. 련립세변수1차방정식의 풀이법

세변수1차방정식을 묶은것이 련립세변수1차방정식이다.

련립세변수1차방정식도 련립두변수1차방정식에서와 같은 방법으로 푼다.

례 1. 련립세변수1차방정식

$$\begin{cases} 2x-2y+z=6 & ① \\ 3x-4y+2z=11 & ② \\ 4x+y-z=1 & ③ \end{cases}$$

을 풀어라.

(풀이) ③에서 $z=4x+y-1$ ④

④를 ①과 ②에 각각 갈아넣으면

$$2x-2y+(4x+y-1)=6$$

$$3x-4y+2(4x+y-1)=11$$

이것을 정돈하면

$$6x-y=7 \qquad ⑤$$

$$11x-2y=13 \qquad ⑥$$

⑤에서 $y=6x-7$ ⑦

⑦을 ⑥에 갈아넣으면

$$11x-2(6x-7)=13$$

$$-x=-1$$

$$x=1$$

$x=1$을 ⑦에 갈아넣으면

$$y=6\cdot 1-7=-1$$

$x=1$, $y=-1$을 ④에 갈아넣으면

$$z=4-1-1=2$$

풀이. (1, −1, 2)

례 2. 다음 련립세변수1차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2x-3y+z=7 & ① \\ x+4y-z=6 & ② \\ 3x-2y+2z=14 & ③ \end{cases}$$

(풀이) ①+②

$$\begin{array}{rl} & 2x-3y+z=7 \\ +) & x+4y-z=6 \\ \hline & 3x+y \quad =13 \quad ④ \end{array}$$

②×2+③

$$\begin{array}{rl} & 2x+8y-2z=12 \\ +) & 3x-2y+2z=14 \\ \hline & 5x+6y \quad =26 \quad ⑤ \end{array}$$

④×6−⑤

$$\begin{array}{rl} & 18x+6y=78 \\ -) & 5x+6y=26 \\ \hline & 13x \quad =52 \end{array}$$

$$x=4$$

$x=4$를 ④에 갈아넣으면

$$3\cdot 4+y=13$$

$$y=1$$

$x=4$, $y=1$을 ①에 갈아넣으면

$$2\cdot 4-3\cdot 1+z=7$$

$$z=2$$

풀이. (4, 1, 2)

문 제

다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 3x+2y+6z=2 \\ x+3y+15z=-10 \\ 4x+4y-9z=21 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y-5z=17 \\ 3x-y-6z=-14 \\ 8x-7y+2z=17 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=36\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{5}=27 \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{7}=28 \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{x}{y}=\dfrac{2}{3} \\ \dfrac{z}{x}=\dfrac{1}{3} \\ y=3-z \end{cases}$

련습문제

1. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 2x+7y-z=8 \\ 4x+2y+3z=9 \\ 3x-5y+3z=1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} p+q+2r=9 \\ p-q+r=2 \\ 4p+2q+r=11 \end{cases}$

2. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{3}=9 \\ x+\dfrac{y}{6}-\dfrac{2}{3}z=10 \\ -\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{12}+\dfrac{z}{3}=0 \end{cases}$

2) $\dfrac{3y+2z}{4}=\dfrac{3y+z}{6}=\dfrac{5x+y-z}{6}=2$

3. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 2x-y-z=3 \\ 4x+2y-z=15 \\ 4x+3y=18 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x-y-z=3 \\ 2x+2y-z=15 \\ 2x+3y=18 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x-2y-z=3 \\ 4x+4y-z=15 \\ 4x+6y=9 \end{cases}$

제5절. 련립방정식 세우기

례. 직4각형모양의 수영장의 둘레는 74m이고 길이는 너비보다 13m 길다. 이 수영장의 길이와 너비를 구하여라.

(풀이) 길이를 xm, 너비를 ym라고 하면

첫 조건에 의하여 $2(x+y)=74$

둘째 조건에 의하여 $x-y=13$

두 조건에 다 맞는 x, y를 구해야 하므로

$$\begin{cases} 2(x+y)=74 \\ x-y=13 \end{cases}$$

이것을 풀면 $x=25$, $y=12$(이것은 문제의 뜻에 맞는다.)

답. 길이 25m, 너비 12m

련립방정식을 세워서 문제를 푸는 순서

1) 구하려는 량들을 변수로 잡는다.	길이 x, 너비 y
2) 문제의 조건에 따라 변수의 개수만 한 방정식으로 된 련립방정식을 세운다.	$\begin{cases} 2(x+y)=74 \\ x-y=13 \end{cases}$
3) 방정식을 푼다.	$x=25$, $y=12$
4) 구한 풀이가 문제의 뜻에 맞는가를 따져보고 맞는것을 답으로 쓴다.	**답.** 길이 25m, 너비 12m

문 제

1. 위대한 수령 **김일성**대원수님께서는 어린시절에 아버님의 혁명활동로정을 따라 만경대에서 봉화리로, 봉화리에서 다시 만경대로, 만경대에서 평양을 거쳐 중강으로, 중강에서 림강으로, 림강에서 팔도구로 가시였다. 평양에서 중강까지의 거리는 림강에서 팔도구까지 거리의 4배이고 평양에서 중강까지의 거리의 절반에 림강에서 팔도구까지의 거리를 합하면 750리가 된다고 한다. 평양에서 중강, 림강에서 팔도구까지의 거리를 각각 구하여라.

2. 두 수가 있다. 큰 수를 작은 수로 나누면 상이 3이고 나머지가 8이다. 큰 수의 3배를 작은 수로 나누면 상은 11이고 나머지가 2이다. 이 두 수를 구하여라.

3. 학생들이 등산을 하였는데 큰 산을 넘어갔다가 그 길로 다시 돌아왔다. 오름길에서는 1시간에 4km씩, 내림길에서는 1시간에 6km씩 걸었다고 한다. 가는데 2시간 35분, 돌아오는데 2시간 50분 걸렸다면 오름길과 내림길은 각각 몇km인가?

4. 위대한 령도자 **김정일**원수님께서 사회주의농촌을 잘 도와줄데 대하여 주신 말씀을 높이 받들고 어느 기계공장의 두 작업반에서는 1달동안에 340대의 양수기를 만들것을 계획하였다. 그런데 첫 작업반에서는 계획을 150％로, 둘째 작업반에서는 계획을 170％로 넘쳐 수행한 결과 모두 560대의 양수기를 만들었다. 매 작업반에서 양수기를 각각 몇대씩 만들 계획이였는가?

5. 형과 동생이 1주일동안에 수학문제를 170문제 풀기로 계획하였다. 첫날 형은 10문제를, 동생은 8문제를 풀었다. 그리하여 앞으로 형이 풀 문제는 동생이 풀 문제수의 90％로 되였다. 형과 동생이 수학문제를 각각 몇문제를 풀기로 계획하였는가?

6. 한 가정에서 동, 아연, 알루미니움을 모두 65kg 모아 수매하였다. 동과 알루미니움을 합한것은 아연보다 1kg 더 많고 알루미니움은 동보다 15kg 더 많다. 동, 아연, 알루미니움을 각각 몇 kg씩 모아 수매하였는가?

7. 어느 협동농장의 토지정리를 위하여 성능이 각각 서로 다른 3대의 불도젤이 동원되였다. 첫 2대의 불도젤이 10일간 정리하고 나머지 셋째 불도젤이 혼자서 정리하면 30일간 걸리고 첫째 불도젤과 셋째 불도젤이 20일간 정리하고 나머지를 둘째 불도젤이 혼자서 정리하면 8일간 걸린다. 세 불도젤이 함께 정리하면 15일간 걸린다. 매 불도젤이 혼자서 정리하면 각각 며칠씩 걸리겠는가?

8. $\frac{2}{3}$와 같은 분수가 있다. 분자, 분모에 각각 같은 수를 더하면 $\frac{8}{11}$이 되고 분자와 분모의 각각을 앞의 수보다 1만큼 큰 수로 덜면 $\frac{5}{9}$로 된다고 한다. 이 분수를 구하여라.

련습문제

1. 두자리수의 수자들의 합은 14이고 하나의 자리의 수자와 열의 자리의 수자를 바꾸면 주어진 수보다 36 커진다. 주어진 두자리 자연수를 구하여라.
2. 세자리 옹근수가 있다. 제일 왼쪽에 있는 수자를 제일 오른쪽으로 옮겨놓으면 처음보다 45 작아지고 백의 자리의 수자의 9배는 열의 자리의 수자와 하나의 자리의 수자로 된 두자리 자연수보다 3 작다. 처음 세자리 옹근수를 구하여라.
3. 어느 중학교의 지난해 남학생수와 녀학생수의 비률은 3:2였다. 올해는 지난해에 비하여 남자는 3% 늘고 녀자는 4% 늘었다. 올해의 전체 학생수는 지난해 전체 학생수에 비하여 몇% 늘었는가?
4. 2가지 물건 A와 B를 샀다. A를 7개, B를 3개 산 값으로 775원을 물었는데 판매원이 A와 B의 개수를 바꾸어 계산하였다는 것을 알게 되여 100원을 다시 돌려주었다. A, B 1개의 값은 각각 얼마인가?
5. 위대한 령도자 **김정일**원수님께서 토지정리를 잘할데 대하여 주신 말씀을 높이 받들고 한 기업소의 두 작업반에서만도 지난해에 47정보의 토지를 정리하였다. 첫 작업반에서 정리한 면적은 둘째 작업반에서 정리한 면적의 135%이다. 두 작업반이 각각 몇정보씩 정리하였는가?
6. 어떤 기계부속품창고의 306개 상자에 있는 기계부속품의 수는 1 082개이다. 첫 종류의 부속품은 한 상자에 4개씩, 둘째 종류의 부속품은 한 상자에 2개씩 넣었다. 2가지 기계부속품이 각각 몇개씩 있는가?
7. 수 a의 50%는 수 b의 40%보다 14 크고 수 b의 30%는 수 a의 30%보다 14 크다. 수 a와 b를 구하여라.
8. 어떤 렬차가 760m의 철다리를 건느기 시작하여 다 건늘 때까지 25초 걸리고 2 560m의 굴에 들어가기 시작하여 완전히 나올 때까지 1분 10초 걸렸다. 이 기차의 길이와 1시간에 가는 거리를 구하여라.

9. 2가지 쇠돌이 다 해서 13t 있다. 첫 쇠돌에는 철이 45% 들어있고 둘째 쇠돌에는 철이 30% 들어있다. 2가지 쇠돌에 들어있는 철이 모두 4.8t이면 2가지 쇠돌은 각각 얼마씩인가?

10. 세자리수가 있다. 이 수의 수자들의 합의 48배는 이 수와 같고 매 자리의 수자를 거꿀순서로 쓴 세자리수는 주어진 수보다 198 작다. 또 하나의 자리의 수자와 백의 자리의 수자의 합은 열의 자리의 수자의 2배이다. 이 수를 구하여라.

11. 1 004kg의 철을 가지고 1개에 철이 각각 5kg, 1kg, 25kg 드는 3가지 제품을 모두 100개 생산하려고 한다. 철이 1kg 드는 제품을 5kg 드는 제품의 2배를 생산하려면 3가지 제품을 각각 몇개씩 생산하여야 하겠는가?

복습문제

1. 다음 □안에 알맞는 글을 써넣어라.
   1) 방정식을 풀이가 같은 방정식으로 고치는것을 방정식을 □한다고 말한다.
   2) 련립방정식에 □ 두개 들어있고 매 방정식이 □일 때 그 련립방정식을 련립두변수1차방정식이라고 부른다.
   3) 련립방정식의 풀이는 매개 1차식의 그라프들의 □이다.

2. 옳은 답을 선택하여라.
   1) $2a+3b=4$와 $3a-b=-5$가 동시에 성립하게 되는 a, b의 값은 ( )이다.

      ① $a=\frac{1}{2}$, $b=1$ ② $a=1$, $b=\frac{2}{3}$ ③ $a=-1$, $b=2$

   2) 방정식 $\begin{cases}3ax+2by=16\\5ax-3by=33\end{cases}$의 풀이는 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$이다. 그러면 a, b의 값은 ( )이다.

      ① $a=0$, $b=4$ ② $a=6$, $b=-0.5$ ③ $a=3$, $b=\frac{7}{4}$

3. x, y가 자연수값만을 잡을 때 다음 방정식의 풀이를 구하여라.

1) $x+y=9$　　2) $5x+y=32$

3) $xy=8$　　4) $3x+2y=23$

4. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} \frac{1}{9}(x-1)+\frac{1}{3}(y+2)=4 \\ \frac{1}{4}x-\frac{3}{2}(3y-1)=4 \end{cases}$　　2) $\begin{cases} \frac{3x-2}{3}+\frac{5y+4}{2}=7\frac{1}{3} \\ \frac{4y-6}{3}-\frac{5x-y}{2}=-\frac{5}{6} \end{cases}$

3) $\frac{3x+2}{5}+y-5=\frac{3y+2}{5}+x-7=2y$

5. x, y에 관한 련립방정식

$$\begin{cases} 3x-4y=5 \\ 4x+3y=15 \\ ax+by=5 \\ bx+ay=7 \end{cases}$$

이 풀이를 가진다는것을 알고 a, b의 값을 구하여라.

6. 다음 련립방정식을 그라프로 풀어라.

1) $\begin{cases} x+y=-8 \\ 3y-2x=1 \end{cases}$　　2) $\begin{cases} \frac{x}{6}+\frac{y}{9}=0 \\ x+y=-3 \end{cases}$

7. 다음 련립방정식을 풀어라.

1) $\begin{cases} 2x-6y+3z=10 \\ 3x+15y+7z=12 \\ 4x-9y+4z=15 \end{cases}$　　2) $\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=3 \\ \frac{x}{6}-\frac{2y}{3}+z=\frac{2}{3} \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{8}-\frac{z}{5}=1\frac{39}{40} \end{cases}$

8. 짐배가 강을 따라 21km 올라가는데 3시간, 39km 내려오는데 3시간 걸렸다. 흐르지 않는 물에서의 배의 속도와 강물의 속도를 구하여라.

9. 0 아닌 a, b, c사이에 $\frac{a+b}{3}=\frac{b+c}{4}=\frac{c+a}{5}$인 관계가 있을 때 식 $\frac{3a+4b+5c}{5a+4b+3c}$의 값을 구하여라.

10. 학철이와 영숙이가 련립방정식

$$\begin{cases}\square x+5y=12 & ① \\ 4x+\square y=-2 & ②\end{cases}$$

를 풀었다. 학철이는 방정식 ①의 x결수만을 틀리게 보고 풀어서 풀이 (1, 2)를 얻었고 영숙이는 방정식 ②의 y결수를 틀리게 보고 풀어서 풀이 $\left(2,\ \frac{2}{5}\right)$를 얻었다. 정확한 방정식과 정확한 풀이를 구하여라.

11. 어떤 분수가 있다. 분자에 1을 더하고 분모에서 1을 덜면 그 분수값은 $\frac{2}{3}$로 된다. 그리고 분모에서 분자를 던 차를 분자로 하고 분자와 분모의 합을 분모로 한 분수의 값은 $\frac{2}{5}$이다. 처음 주어진 분수를 구하여라.

12. 질량이 120g인 석과 연으로 된 금속덩어리를 물속에서 달았더니 물밖에서보다 14g 가벼웠다. 그런데 15g의 석과 35g의 연을 물속에서 달아보니 물밖에서보다 각각 2g, 3g씩 가벼웠다. 금속덩어리에는 석과 연이 각각 몇g씩 들어있는가?

13. 크기와 모양이 꼭같은 직6면체가 2개 있다. 이것을 가로 나란히 붙여놓으면 겉면의 면적이 80cm^2이고 세로 나란히 붙이면 겉면의 면적이 88cm^2로 되며 겹쌓으면 겉면의 면적이 92cm^2로 된다. 이 직6면체의 매 면의 면적을 구하여라.

제5장. 면 적

제1절. 다각형의 면적

1. 직4각형의 면적

도형의 면적을 재기 위해서는 기준이 되는 바른4각형을 먼저 하나 정하고 그 면적을 1로 한다.(이 바른4각형의 한 변의 길이는 1이다.) 기준으로 잡은 그 바른4각형의 면적을 면적의 단위로 한다.(그림 5－1)

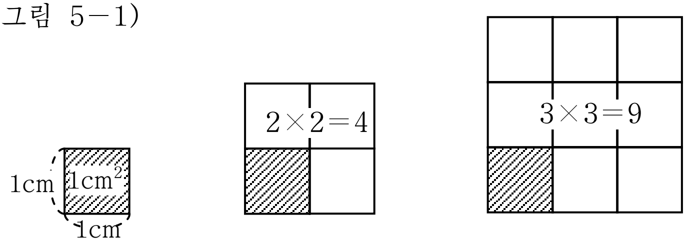


그림 5－1

도형 F에 면적의 단위가 꼭 9개 들어있을 때 도형 F의 면적은 9와 같다고 말하며 일반적으로 n개 들어있을 때 F의 면적은 n과 같다고 말한다.

례 1. 한 변의 길이가 3cm인 바른4각형의 면적은

$$3cm \times 3cm = 9cm^2$$

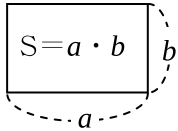
례 2. 한 변의 길이가 4cm, 다른 한 변의 길이가 6cm인 직4각형의 면적은

$$4cm \times 6cm = 24cm^2$$

직4각형의 면적

직4각형의 면적은 두 이웃변의 길이를 곱한 적과 같다.

$$S = a \cdot b$$



문 제

1. 그림 5－2의 면적은 얼마인가?
2. 두 변의 길이가 다음과 같은 직4각형의 면적은 몇cm^2인가?
   1) 23cm, 7.9cm
   2) 29cm, 0.05cm
   3) 2.7km, 3 290m

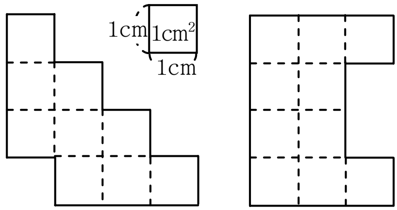


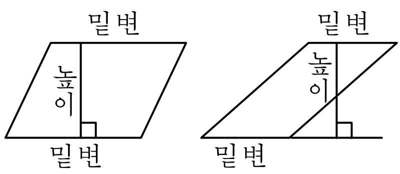
그림 5-2

3. 직4각형의 면적이 84.46cm^2이고 그 한 변은 8.2cm이다. 다른 변을 구하여라.
4. 직4각형의 두 이웃변의 길이가 각각 3배로 되면 면적은 몇배로 되는가? 직4각형의 가로의 길이가 m배, 세로의 길이가 n배로 되면 면적은 몇배로 되는가?

2. 평행4변형의 면적

평행4변형의 높이

평행4변형에서 두 밑변 또는 그 연장선사이의 거리를 **평행4변형의 높이**라고 부른다.



찾기

1. ▱ABCD에서 △CDF를 CB의 방향으로 그 길이만큼 평행이동한 도형을 찾아라.
2. 그림 5-3에서 ▱ABCD의 면적과 직4각형 EBCF의 면적을 비교하여라.

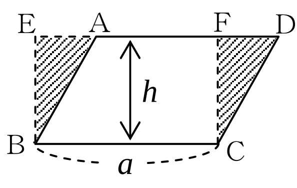
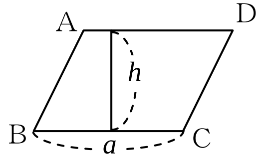


그림 5-3

평행4변형의 면적

평행4변형의 면적은 밑변과 높이와의 적과 같다.

$$S = a \cdot h$$



례. 밑변의 길이가 25cm, 높이가 0.04m인 평행4변형의 면적 S는

$$S = 25\text{cm} \times 0.04\text{m} = 25\text{cm} \times 4\text{cm} = 100\text{cm}^2$$

문 제

1. 다음 그림에서 평행4변형들의 면적을 구하여라.

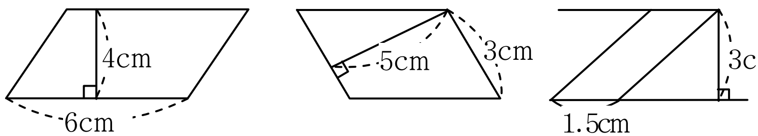


그림 5-4

2. 그림에서 $\ell_1 /\!/ \ell_2$이다.

1) 면적이 같은 평행4변형은 어느것인가?

2) 도형 A와 B는 면적이 같은가?

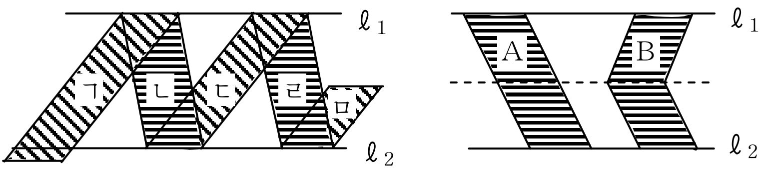
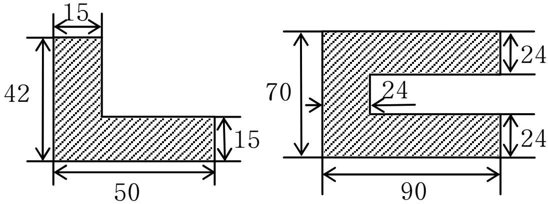


그림 5-5

3. 밑변과 높이가 다음과 같을 때 평행4변형의 면적 S를 구하여라.

1) $a = 6\text{cm}$, $h = 4\text{cm}$ 2) $a = 5\frac{5}{6}\text{m}$, $h = 4\frac{2}{3}\text{m}$

4. 그림 5－6은 강재의 자름면이다. 면적을 구하여라.(단위는 cm)



ㄱ)　　　　ㄴ)

그림 5-6

3. 3각형의 면적

찾기 1. 그림 5－7에서 △ABC와 합동인 3각형을 찾아보아라.

2. △ABC의 면적과 평행4변형 ABCD의 면적을 비교하여라.

3. △ABC의 면적은 $\frac{1}{2}\times 4\times 2$라고 말할수 있는가?

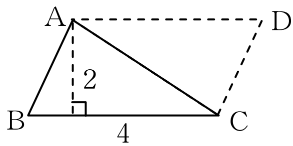
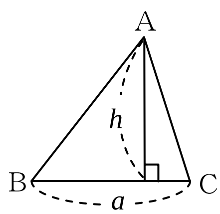


그림 5-7

3각형의 면적

3각형의 면적은 밑변과 높이와의 적의 절반과 같다.

$$S=\frac{1}{2}ah$$



문 제

1. 3각형에서 밑변과 높이가 다음과 같을 때 면적 S를 구하여라.

1) $a=28\text{cm}$, $h=14\text{cm}$　　　2) $a=\frac{2}{13}\text{cm}$, $h=\frac{3}{4}\text{cm}$

2. △ABC의 면적은 40cm^2이고 밑변은 5cm이다. 이 3각형의 높이를 구하여라.

3. 그림 5－8에서와 같이 직4각형을 A, B, C의 세 부분으로 나누었다. A, B, C의 면적의 비를 구하여라.

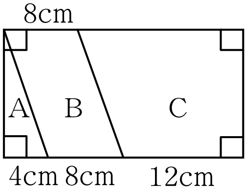


그림 5-8

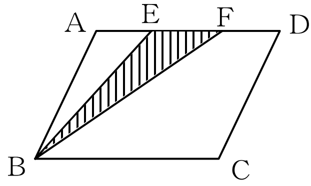


그림 5-9

4. 평행4변형에서 점 E, F는 변 AD를 셋으로 같게 나누는 점이다. 빗선을 친 부분의 면적은 평행4변형 ABCD의 면적의 몇분의 몇인가?(그림 5－9)

4. 피다고라스의 공식

찾기 그림 5－10과 같이 ∠A＝∠R, b＝3㎝, c＝4㎝인 직3각형 ABC를 그리고 빗변 a의 길이를 재여라. 그리고 a^2과 b^2+c^2을 비교하여라.

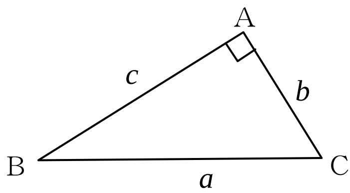


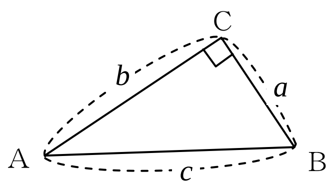
그림 5-10

피다고라스의 공식

직3각형에서 빗변의 2제곱은 두 직각변의 2제곱의 합과 같다.

△ABC에서

∠C＝∠R이면 $c^2=b^2+a^2$



문 제

직3각형에서 두 직각변 a, b가 다음과 같을 때 빗변의 2제곱을 구하여라.

1) a＝1.2, b＝3.5　　　2) a＝15, b＝36

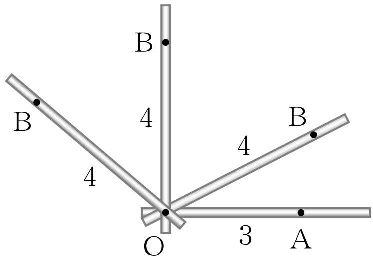
탐구

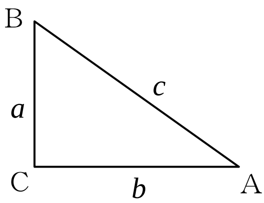
그림과 같이 OA＝3cm, OB＝4cm인 토막이 O에서 돌게 되여 있다.

1) OB를 돌려 ∠AOB가 90° 보다 작을 때, 같을 때, 클 때 AB의 길이를 재여보아라.

2) AB＝5cm일 때 ∠AOB＝∠R이겠는가?

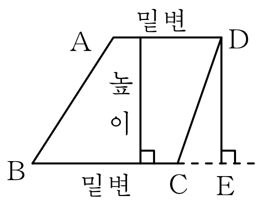
△ABC에서 $a^2+b^2=c^2$이면 ∠C＝∠R이겠는가?





5. 제형의 면적

제형에서 두 밑변 또는 그 연장선사이의 거리를 **제형의 높이**라고 부른다.



찾기 그림 5－11에서 △ABC와 △ADC의 높이는 제형의 높이와 같다. 이때 (제형 ABCD의 면적)＝(△ADC의 면적)＋(△ABC의 면적)이다. (제형 ABCD의 면적)＝$\frac{1}{2}\times(3+5)\times4$인가를 알아보아라.

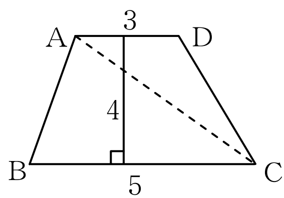
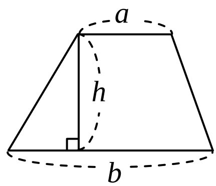


그림 5-11

제형의 면적

제형의 면적은 두 밑변의 합과 높이와의 적의 절반과 같다.

$$S = \frac{1}{2}(a+b)h$$



례. 그림 5－12와 같이 두 밑변이 7cm, 3cm, 옆변이 5cm이고 ∠C＝∠R, AD//BC인 제형의 면적을 구하여라.

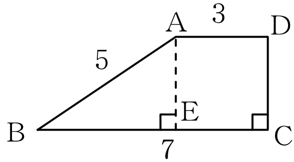


그림 5-12

(풀이) 점 A에서 BC에 수직선을 그어 밑점을 E라고 하자.

이때 AD＝EC이므로

$BE = BC - EC = 7 - 3 = 4$

따라서 직3각형 ABE에서 피다고라스의 공식으로부터

$AB^2 = AE^2 + BE^2$

$5^2 = AE^2 + 4^2$, $AE = 3$

따라서 제형 ABCD의 면적 S는

$$S = \frac{1}{2} \times (3+7) \times 3 = 15(\text{cm}^2)$$

문 제

1. 제형에서 밑변과 높이가 다음과 같을 때 면적 S를 구하여라.

1) $a = 6\text{m}$, $b = 5\text{m}$, $h = 0.51\text{m}$

2) $a = 0.3\text{m}$, $b = 1.5\text{m}$, $h = 0.5\text{m}$

2. 그림 5－13과 같은 제형의 면적을 구하여라.(피다고라스의 공식 리용)

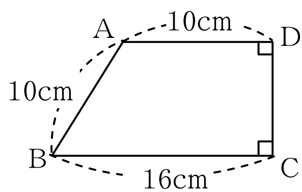


그림 5-13

6. 다각형의 면적

다각형의 면적을 구하려면 그 다각형을 몇개의 3각형이나 제형으로 나누고 그 면적들을 계산하여 더하면 된다.(그림 5－14)

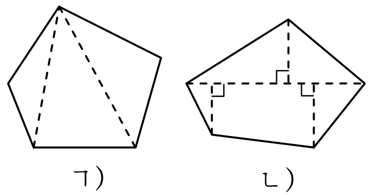


그림 5-14

곡선도형의 면적은 다음과 같은 방법으로 구한다.

1) 먼저 주어진 도형에 가까운 다각형을 그린다.

2) 그 다각형의 면적을 구한다.

이렇게 하여 얻은 면적을 주어진 도형의 면적의 근사한 값으로 잡는다.(그림 5－15)

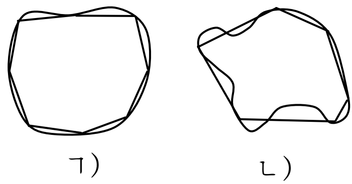


그림 5-15

문 제

1. 그림 5－16의 도형의 면적을 구하여라.(단위는 m)

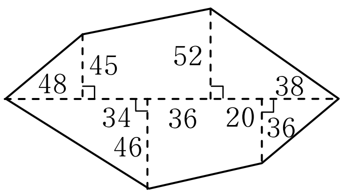


그림 5-16

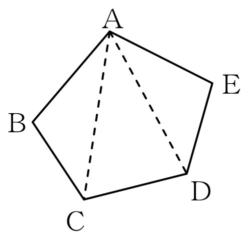


그림 5-17

2. 다각형 ABCDE가 있다. BC＝4cm, CD＝6cm, DE＝5cm이고 정점 A로부터 이 변들까지의 거리는 각각 3cm, 8cm, 6cm이다. 이 다각형의 면적을 구하여라.(그림 5－17)

3. 그림 5－17에서 △ABC, △ACD, △ADE의 면적들의 합이 △ABE, △BCE, △CDE의 면적들의 합과 같겠는가? △ABE, △BCE, △CDE의 면적을 구하려면 무엇을 알아야 하는가?

련습문제

1. △ABC가 있다. 가운데선 AM에 임의의 점 D를 찍어도 △ABD와 △ADC의 면적은 같다. 왜 그런가?(그림 5－18)

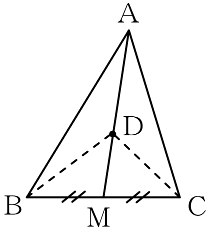


그림 5-18

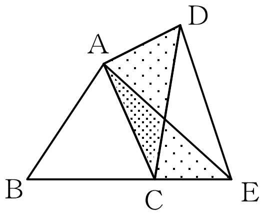


그림 5-19

2. 그림 5－19에서 AC//DE이다.
   1) △ADC와 △AEC의 면적은 같은가?
   2) △ABE의 면적은 4각형 ABCD의 면적과 같다. 왜 그런가?
3. 그림 5－20에서 4각형 ABCD는 평행4변형이다. 대각선 AC에 평행인 직선을 그어 AB, BC와 사귀는 점을 각각 E, F라고 할 때 △ADE와 △CDF의 면적이 같다. 왜 그런가?

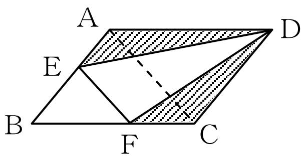


그림 5-20

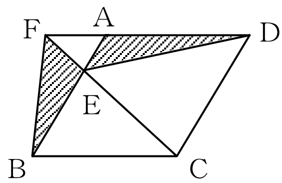


그림 5-21

4. 평행4변형 ABCD의 변 AB의 임의의 점 E를 잡고 E와 C를 맺는다. CE를 연장하여 DA의 연장선과 사귀는 점을 F라고 한다. 이때 △ADE와 △FBE의 면적은 같다. 왜 그런가?(그림 5－21)
5. △ABC의 밑변 BC에 아무런 점 D를 정하고 점 B, C로부터 DA에 평행인 직선을 그어 CA, BA의 연장선과 각각 점 E, F에서 사귄다고 하면

(△DEF의 면적)＝2(△ABC의 면적)

이다. 왜 그런가?

6. 직4각형 ABCD의 변 AB, CD에 AE＝CF 되게 각각 점 E, F를 잡았다. AB＝12cm, AD＝8cm, AE＝7cm일 때 4각형 BEDF의 면적을 구하여라.(그림 5－22)

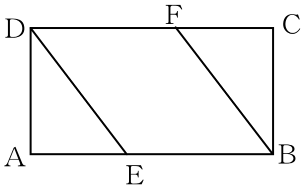


그림 5-22

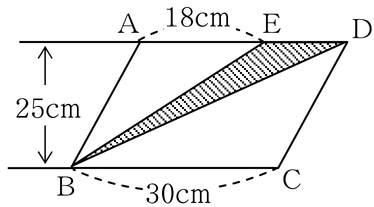


그림 5-23

7. 그림 5－23의 평행4변형 ABCD에서 △BDE의 면적을 구하여라.

8. 제형 ABCD(AD//BC)가 있다. 옆변 DC의 가운데점 M을 지나 AB에 평행인 직선을 그어 AD, BC 또는 그 연장선과 사귀는 점을 각각 E, F라고 한다. 이때 다음것을 따져보아라.(그림 5－24)

1) △MED≡△MFC

2) $BF=\frac{1}{2}(AD+BC)$

3) (제형 ABCD의 면적)＝(평행4변형 ABFE의 면적)

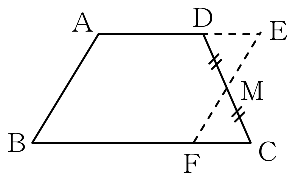


그림 5-24

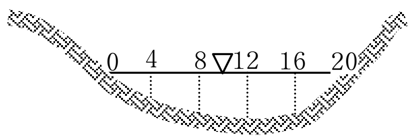


그림 5-25

9. 그림 5－25와 같은 강의 자름면을 따라 강물의 깊이를 재여 얻은 표가 다음과 같다. 이 자름면의 면적은 얼마인가?

강기슭으로부터의 거리(m)	0	4	8	12	16	20
깊이(m)	0	2.4	3.2	4.8	4.8	0

제2절. 원둘레의 길이와 원의 면적

1. 원둘레의 길이

해보기 반경이 r인 원을 눈금자를 따라 1바퀴 굴리여 둘레의 길이 ℓ을 다음과 같이 구하였다. 이때 $\frac{\ell}{2r}$을 구해보아라. 무엇을 알수 있는가?

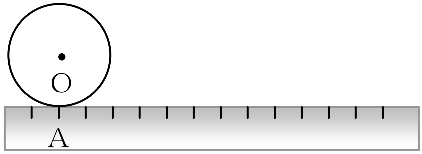


그림 5-26

r	3	4	5	6
ℓ	18.84	25.12	31.41	37.67

원 O에서 원둘레의 길이 ℓ와 직경 2r의 비는

$$\frac{\ell}{2r}=3.141\,592\,653\,59\ \cdots$$

인 상수이다. 이것을 **원둘레률**이라고 부르고 π로 표시한다.

그러면 $\ell=2\pi r$

원둘레의 길이

반경이 r인 원둘레의 길이 ℓ은

$$\ell=2\pi r$$

례 1. 반경이 50cm인 통나무의 밑면의 둘레의 길이를 구하자.

(풀이) 둘레의 길이 ℓ은

$$\ell=2\pi\cdot r=2\cdot 3.14\cdot 50\approx 314(\text{cm})$$

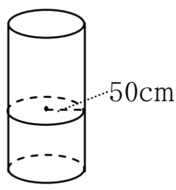


그림 5-27

원에서 중심각과 그에 대한 활등의 길이는 비례하므로 원둘레의 길이를 알면 중심각에 대한 활등의 길이를 구할수 있다.

반경이 r, 둘레가 ℓ인 원에서 x°의 중심각에 대한 활등의 길이를 C라고 하면 중심각 1°에 대한 활등의 길이는 $\frac{\ell}{360}$이므로 중심각 x°에 대한 활등의 길이는

$$C=\frac{\ell x}{360}$$

또는 $C=\frac{2\pi r x}{360}=\frac{\pi r x}{180}$

즉 $C=\frac{\pi r x}{180}$

례 2. 반경이 10cm인 원에서 60°인 중심각에 대한 활등의 길이를 구하여라.

(풀이) $C=\frac{\pi r x}{180}$ 여기서 r=10cm, x°=60°이므로

$C=\frac{\pi\times10\times60}{180}=\frac{10\pi}{3}$

$\pi\approx3.14$라고 하면

$C\approx10.47$(cm)

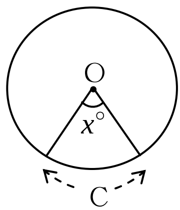


그림 5-28

문 제

1. 반경이 8cm인 원에서 45°인 중심각에 대한 활등의 길이는 얼마이겠는가?
2. 그림 5-29와 같은 도형의 테두리선의 길이를 구하여라.

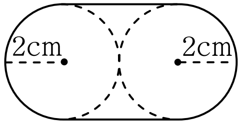
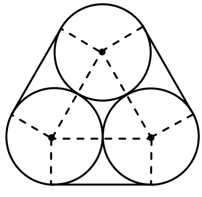


그림 5-29


그림 5-30

3. 직경이 20cm인 3개의 통나무가 있다. 이것을 그림 5-30과 같이 쇠줄로 묶으려고 한다. 한번 감는데 쇠줄이 얼마나 들겠는가?

4. 반경이 10cm인 원에 길이가 15.7cm인 활등이 있다. 이 활등에 대한 중심각을 구하여라.

2. 원의 면적

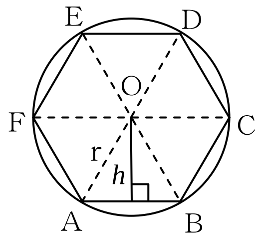


그림 5-31

그림 5−31은 원둘레 O에 정점이 놓이는 바른6각형이다.

이 바른6각형의 면적은

$\frac{1}{2}h(AB+BC+CD+DE+EF+FA)$

바른다각형의 변의 개수를 한없이 늘여가면 △OAB의 높이 *h*는 원의 반경 r와 같아지고 바른다각형의 둘레 AB+BC+CD+DE+EF+FA+ …은 원의 둘레 $2\pi r$로 될것이다. 그리고 이때 바른다각형의 면적은 원의 면적 S로 된다.

따라서 $S=\frac{1}{2}r\cdot 2\pi r$로 된다.

원의 면적

원의 면적은 반경의 2제곱에 원둘레률 π를 곱한 적과 같다.

$$S=\pi r^2$$

례 1. 반경이 10cm인 원의 면적은

$S=\pi r^2=3.14\cdot 10^2=314(cm^2)$

원의 면적공식에 의하여 부채형의 면적을 구할수 있다.

반경이 r인 원의 면적을 S라고 하면 중심각이 1°인 부채형의 면적은 $\frac{S}{360}$이다.

그러므로 중심각이 x°인 부채형의 면적 M은

$$M=\frac{Sx}{360}$$

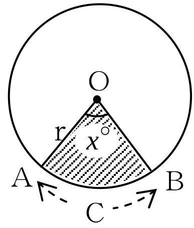


그림 5-32

여기서 $S=\pi r^2$이므로 $M=\frac{\pi r^2 x}{360}$

부채형의 면적은 활등의 길이를 써서 표시할수도 있다.

활등 $\overset{\frown}{AB}$의 길이를 C라고 하면 $C=\frac{\pi r x}{180}$

$$M=\frac{1}{2}\cdot\frac{\pi r x}{180}\cdot r$$

부채형의 면적

부채형의 면적은 그 활등과 반경과의 적의 절반과 같다.

$$M=\frac{1}{2}Cr$$

례 2. 반경이 5cm이고 중심각이 30°인 부채형의 면적을 구하여라.

(풀이) $M=\frac{\pi r^2 x}{360}$에서 r=5cm, x°=30°이므로

$$M=\frac{\pi\times5^2\times30}{360}=\frac{25\pi}{12}$$

$\pi\approx3.14$이므로

$$M=\frac{25\times3.14}{12}\approx6.54(cm^2)$$

문 제

1. 반경이 10cm이고 중심각이 120°인 부채형이 있다. 이 부채형의 면적을 구하여라.

2. 반경이 2.5cm, 활등이 4.4cm인 부채형의 면적을 구하여라.

3. 그림 5－33에서 빗선을 친 부분의 면적을 구하여라.

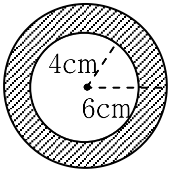


그림 5-33

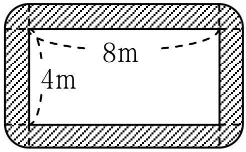


그림 5-34

4. 그림 5－34와 같은 직4각형구역의 바깥에 너비가 1m인 꽃밭을 만들려고 한다. 꽃밭의 면적을 구하여라.

5. 빗선친 부분의 면적을 구하여라.(그림 5－35)

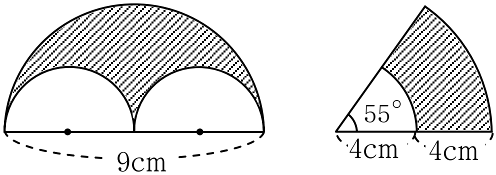


그림 5-35

상식

우리 나라 수학자 홍대용

우리 나라의 수학자 홍대용(1731－1783)은 량반가정에서 자랐지만 벼슬을 하지 않고 일생을 학문연구에 바쳤다. 그는 그때까지 도달한 수학의 수준들을 참고하여 독자적인 체계를 세워 수학책 《주해수용》을 만들었다. 책은 내편과 외편으로 되여있는데 내편에서는 대수, 기하, 삼각 등의 원리적인 문제들을 취급하였고 외편에서는 토지면적계산법, 천체계산법을 비롯한 여러 분야의 응용문제들을 취급하였다. 그는 수학이 철저히 실천에 복무해야 한다고 주장하면서 현실에 알맞고 리용에 적합한 수학적수법들을 추려내여 자기의 새로운 수학체계를 구성하였다. 이 책을 통하여 수학자 홍대용의 뛰여난 재능과 풍부한 지식, 우리 나라 수학에 대하여 짐작할수 있다.

련습문제

1. 다음 그림의 바른4각형에서 빗선친 부분의 면적을 구하여라.

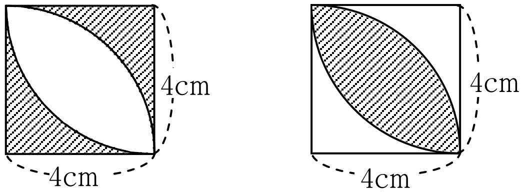


그림 5-36

2. 다음 그림의 바른4각형에서 빗선친 부분의 면적과 둘레의 길이를 구하여라.

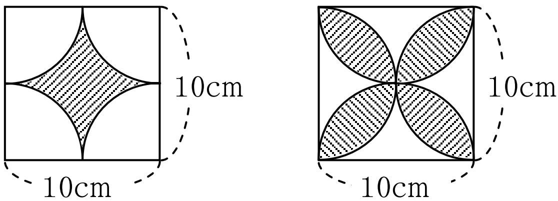


그림 5-37

3. 그림 5－38의 바른4각형에서 빗선친 부분의 면적을 구하여라.

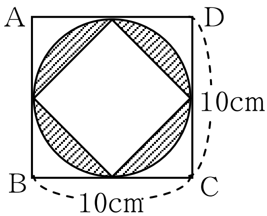


그림 5-38

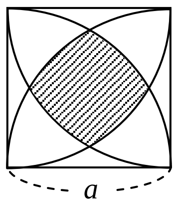


그림 5-39

4. 그림 5－39에서 활등의 반경은 바른4각형의 한 변 a와 같다. 빗선친 부분의 둘레의 길이를 구하여라.

5. 그림 5－40에서 변 AB＝AC＝BC이다.

 1) ∠AOB, ∠AOC, ∠BOC는 몇도인가?

 2) 원 O를 그리고 이와 같은 그림을 그려라.

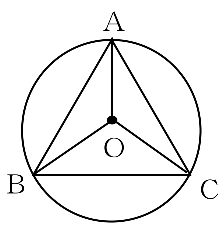


그림 5-40

6. 그림 5－41과 같이 반경이 r인 두 원이 서로 외접하고있다. 빗선친 부분의 면적을 구하여라.

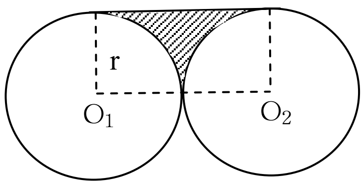


그림 5-41

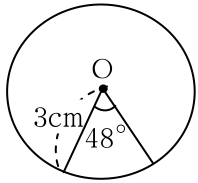


그림 5-42

7. 반경이 3cm이고 중심각이 48°인 부채형의 면적을 구하여라.(그림 5－42)

8. 반경이 6cm인 원 O의 활등 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 반경이 2cm인 원둘레의 길이와 같을 때 이 활등에 대한 중심각을 구하여라.

9. △ABC의 세 변이 원 O(r)에 접하고있다.
BC＝a, CA＝b, AB＝c라고 할 때
1) △AOB, △BOC, △COA의 면적을 구하여라.
2) △ABC의 면적을 구하여라.

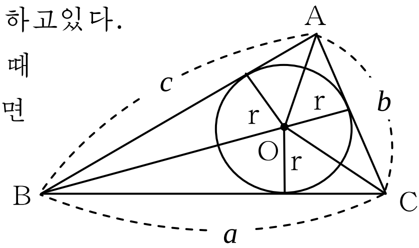


그림 5-43

복습문제

1. 한 변의 길이가 약 1.8m인 바른4각형의 면적을 **1평**이라고 부른다. 약 몇m^2인가?

2. 면적이 $64cm^2$인 바른4각형의 매개 변을 2배한 바른4각형의 면적은 얼마인가?

3. 밑변이 $2\frac{1}{3}$m, 높이가 0.6m인 평행4변형의 면적을 구하여라.

4. 밑변과 높이가 각각 다음과 같은 3각형의 면적을 구하여라.
1) 32cm, 18cm 2) 100mm, 0.5m 3) 5dm, 4m

5. 빗변이 6cm인 직2등변3각형의 면적을 구하여라.

6. 그림 5－44와 같은 제형 ABCD의 면적을 구하여라.

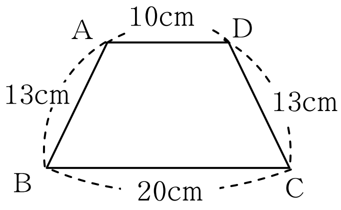


그림 5-44

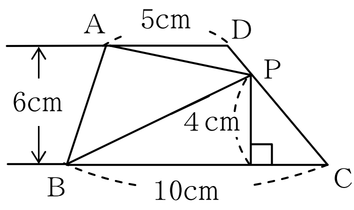


그림 5-45

7. 그림 5－45에서 4각형 ABCD는 제형이다. 점 P가 옆변 CD의 점일 때 △ABP의 면적을 구하여라.

8. 그림 5－46의 직4각형에서 빗선을 친 부분의 면적을 구하여라.

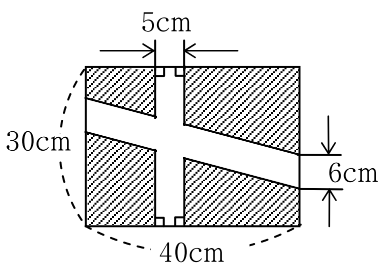


그림 5-46

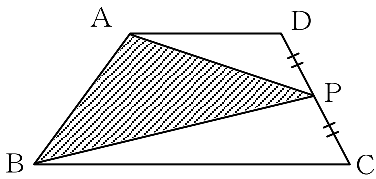


그림 5-47

9. 그림 5－47에서 AD//BC이다. DC의 가운데점을 P라고 하면

$$(\triangle \text{ABP의 면적}) = \frac{1}{2}(\text{제형 ABCD의 면적})$$임을 밝혀라.

10. 4각형 ABCD안의 아무런 점을 P라고 할 때 △APB의 면적과 △PCD의 면적을 더한 합이 늘 같으면 이 4각형은 어떤 4각형인가?

11. 2m, 3m인 두 막대기의 한 끝을 일치시키고 두 막대기에 의하여 만들어지는 각(막대기사이의 각)을 변화시키면서 막대기들의 다른 끝을 맺으면 무수히 많은 3각형이 얻어진다. 막대기사이의 각이 얼마일 때 그것들에 의하여 만들어지는 3각형의 면적이 제일 큰가?

12. 반경이 다음과 같은 원둘레의 길이를 구하여라.

1) 10cm 2) 15cm 3) 200cm

13. 그림 5－48에서 5각형의 면적을 구하여라.(단위는 cm)

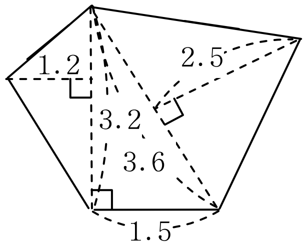


그림 5-48

14. 원둘레의 길이가 다음과 같은 원의 반경을 구하여라.

1) 1m 2) 25cm

3) 43.96cm

15. 반경이 24cm인 원에서 30°인 중심각에 대한 활등의 길이를 구하여라.

16. 반경이 다음과 같은 원의 면적을 구하여라.

1) 10cm 2) 5m 3) 200mm

17. 원의 면적이 다음과 같을 때 이 원의 반경을 구하여라.

1) $28.26cm^2$ 2) $1\,256mm^2$

18. 다음 그림의 바른4각형에서 빗선친 부분의 면적을 각각 구하여라.

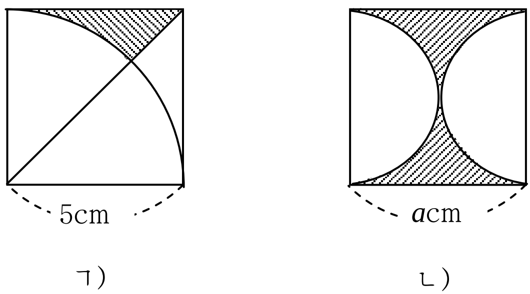


그림 5-49

제6장. 여러마디식의 곱하기와 인수분해

제1절. 지수법칙

1. 밑수가 같은 제곱들의 곱하기

해보기 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

$a^2 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$, $\quad a^3 \cdot a^5 = a^{\square}$

$b^2 \cdot b^3 \cdot b^4 = b^{\square}$

밑수가 같은 제곱끼리 곱할 때에는 지수끼리 더한다.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

례. $3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$

$x^4 \cdot x^2 \cdot x^5 = x^{4+2+5} = x^{11}$

문 제

1. 다음 식을 하나의 제곱으로 표시하여라.

1) $\left(-\dfrac{10}{3}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{10}{3}\right)^7$ 2) $x^4 \cdot x \cdot x^3$

3) $(2x)^4(2x)^3(2x)^6$ 4) $(a+b)^3(a+b)$

5) $a^{n+1} \cdot a^{n-2}$ 6) $(x-y)^n(x-y)(x-y)^{n-3}$

2. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $16 = 2^{\square}$ 2) $32 = 2^{\square}$ 3) $81 = 3^{\square}$

4) $81 = \square^2$ 5) $0.25 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\square}$ 6) $2.25 = \square^2$

3. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $16 \cdot 32 = 2^{\square}$ 2) $36 \cdot 64 = \square^2$ 3) $125 \cdot 25 = 5^{\square}$

4) $81 \cdot 243 = \square^9$ 5) $625 \cdot 625 = \square^4$ 6) $4 \cdot 64 \cdot 128 = 2^{\square}$

4. x를 구하여라.

1) $2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7 = 2^x$ 2) $2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7 \cdot 2^9 = 2^{x-3}$

3) $2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7 \cdot 2^9 \cdot 2^{11} = 2^{3x}$ 4) $2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot 2^7 \cdot \cdots \cdot 2^{99} = 2^{2x}$

2. 밑수가 같은 제곱들의 나누기

해보기 □안에 알맞는 수를 써넣어라. 무엇을 알수 있는가?

1) $\dfrac{a^5}{a^3} = \dfrac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = a^{\square}$

2) $\dfrac{a^8}{a^5} = \dfrac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = a^{\square}$

3) $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a \cdot a}^{m}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \cdots \cdot a \cdot a}_{n}} = a^{\square}$ $(m > n)$

밑수가 같은 제곱끼리 나눌 때는 지수끼리 던다.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (m > n)$$

례 1. $\dfrac{6^5}{6^3} = 6^{5-3} = 6^2$ $\dfrac{2^3 \cdot 2^6}{4 \cdot 2^5} = \dfrac{2^9}{2^2 \cdot 2^5} = \dfrac{2^9}{2^7} = 2^2$

문 제

다음 식을 하나의 제곱으로 표시하여라.

1) $\dfrac{3^2 \cdot 3^5}{27}$ 2) $\dfrac{a^{21}}{a^{12}}$ 3) $\dfrac{(a+b)^4}{a+b}$

4) $\dfrac{a^{m+1}}{a^{m-2}}$ 5) $\dfrac{(x+y)(x+y)^2}{x+y}$ 6) $\dfrac{a^m \cdot a^n}{a^{n+2}}$ $(m > n)$

알아보기 다음것이 옳은가를 따져보아라.

$$\frac{3^{10}}{3^{12}}=\frac{3^{10}}{3^{10}\cdot 3^{2}}=\frac{1}{3^{2}}=\frac{1}{3^{12-10}}$$

$$\frac{a^{18}}{a^{23}}=\frac{a^{18}}{a^{18}\cdot a^{5}}=\frac{1}{a^{5}}=\frac{1}{a^{23-18}}$$

$\frac{a^m}{a^n}$ $(m<n)$일 때는 $\frac{a^m}{a^n}=\frac{a^m}{a^m\cdot a^{n-m}}=\frac{1}{a^{n-m}}$

$$\frac{a^m}{a^n}=\frac{1}{a^{n-m}} \quad (m<n)$$

례 2. $\frac{5^2}{5^8}=\frac{1}{5^{8-2}}=\frac{1}{5^6}$ $\qquad \frac{2^3\cdot 2^5}{2^{10}}=\frac{2^8}{2^{10}}=\frac{1}{2^{10-8}}=\frac{1}{2^2}$

문 제

1. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $\frac{3^2}{3^5}$ $\qquad$ 2) $\frac{3^2\cdot 3^5}{3^8}$ $\qquad$ 3) $\frac{2^{10}\cdot 2^5}{2^8\cdot 2^9}$

4) $\frac{5\cdot 125\cdot 5^7}{5^{12}}$ $\qquad$ 5) $\frac{2^5}{4\cdot 32}$

2. 다음 식을 계산하여라.

1) $\frac{(a+b)^2}{(a+b)^5}=\frac{1}{(a+b)^{5-2}}=\frac{1}{(a+b)^3}$

2) $\frac{3^2\cdot 81}{3^7\cdot 27}$ $\qquad$ 3) $\frac{13^2\cdot 13^7}{13^{10}\cdot 169}$ $\qquad$ 4) $\frac{(x-y)^7\cdot(x-y)^{10}}{(x-y)^{18}}$

3. 제곱의 제곱

해보기 □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $(a^2)^3=a^2\cdot a^2\cdot a^2=a^{\square}$

2) $(a^3)^4=a^3\cdot a^3\cdot a^3\cdot a^3=a^{\square}$

3) $(a^2)^{10} = \underbrace{a^2 \cdot a^2 \cdot a^2 \cdot \ \cdots \ \cdot a^2}_{10\text{개}} = a^{\square}$

제곱을 다시 제곱할 때에는 지수끼리 곱한다.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

례. $(a^2)^5 = a^{2\times5} = a^{10}$, $(a^3)^4 = a^{3\times4} = a^{12}$

문 제

1. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $(10^2)^3 = 10^{\square}$ 2) $[(-1)^3]^{10} = (-1)^{\square} = \square$

3) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^{\square}$ 4) $27^5 = 3^{\square}$

2. 다음 제곱을 밑수가 될수록 작은 하나의 제곱으로 고쳐라.

1) $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$ 2) 25^{10} 3) 1000^5

4) $(2.25)^6$ 5) 81^7 6) 256^2

3. x를 구하여라.

1) $2^3(2^2)^3 = 2^x$ 2) $(a^3)^2 \cdot a = a^{x-3}$

3) $(a^6)^n (a^m)^3 = a^{3x}$ 4) $a^8 (a^7)^8 = a^{2x}$

4. x를 구하여라.

1) $2^x = 4^4$ 2) $9^x = 9^3$ 3) $(3^2)^3 = x^2$

4) $x^3 = 27^2$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \left(\frac{1}{8}\right)^x$ 6) $9^x = (27^5)^2$

5. 다음 식의 값을 계산하여라.

1) $(2^3)^2 \div 2^3$ 2) $(2^2)^5 \div 4$ 3) $4^2 \div (2^3)^3$

4) $[(-1)^3]^2 - [(-1)^5]^4$ 5) $[(-1)^6]^3 + [(-1)^5]^3$

4. 적의 제곱

해보기 □안에 알맞는 수를 써넣어라.
지수들을 비교해보면 무엇을 알수 있는가?

$$(ab)^3=(ab)(ab)(ab)=(aaa)(bbb)=a^{\square}b^{\square}$$

적을 제곱할 때에는 인수의 제곱들끼리 곱한다.

$$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n$$

례. $(2\cdot a)^3=2^3\cdot a^3=8a^3$　　$(-3)^5=[(-1)\cdot 3]^5=(-1)^5\cdot 3^5=-3^5$

문 제

1. 다음 식을 제곱들의 적으로 표시하여라.

1) $(2\cdot 3)^3$　　2) $\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\right)^6$

3) $\frac{1}{72}$　　4) $[(-3)\cdot 6]^3$

2. 다음 식을 하나의 제곱으로 표시하여라.

1) $2^3\cdot 5^3$　　2) $(-3)^4\cdot 7^4$

3) $4^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5$　　4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^5$

3. □안에 알맞는 수나 식을 써넣어라.

1) $a^4b^2=\square^2$　　2) $a^6b^9=(a^2b^3)^{\square}$

3) $625x^{16}y^8=\square^4$　　4) $-27a^3b^6c^{12}=\square^3$

4. 다음 식을 정돈하여라.

1) $(2x^3y)(-3xy)^2=2x^3y(-3)^2x^2y^2=18x^5y^3$

2) $(2a^3b^2)^3(3a^2b^4)^2$　　3) $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2(-8x^3y^4)$

4) $(3x^2y)(5xy^2)^3$　　5) $\left(-\frac{3}{4}xy^2\right)^2\left(-\frac{4}{3}x^3y\right)^2$

5. 다음 식의 값을 될수록 간편하게 구하여라.

1) $25^2 \cdot 4^2$ 2) $8^3 \cdot 25^3$ 3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{50} \cdot 1.5^{50}$

6. 다음 갈기식에 맞는 x의 값을 구하여라.

1) $2^6 \cdot 3^6 = 6^{2x}$ 2) $(-5)^9 \cdot 2^9 = x^3$ 3) $(-1)^{12} \cdot 8^{27} = 2^x$

5. 분수의 제곱

알아보기 $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2\cdot2\cdot2}{3\cdot3\cdot3} = \frac{2^3}{3^3}$

의 형태로 변형하면 $\left(\frac{b}{a}\right)^4$은 어떻게 되는가?

분수를 제곱할 때는 분자와 분모를 각각 제곱한다.

$$\left(\frac{b}{a}\right)^m = \frac{b^m}{a^m}$$

례. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{4^2}{5^2}$, $\left(\frac{1}{10^2}\right)^3 = \frac{1^3}{(10^2)^3} = \frac{1}{10^6}$

지수법칙

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & (m > n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m < n) \\ 1 & (m = n) \end{cases}$$

문 제

1. 다음 제곱을 분자와 분모의 제곱으로 표시하여라.

1) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$ 2) $\left(\frac{a}{b}\right)^5$ 3) $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^4$

2. 다음 식의 값을 될수록 간편하게 구하여라.

1) $\frac{34^2}{17^2}$ 2) $\frac{150^3}{15^3}$ 3) $\frac{192^3}{9\cdot 64^2}$

3. 다음 식을 간단히 정돈하여라.

1) $\left(\frac{4ab^2}{3a^3}\right)^2$ 2) $\frac{(-3x^2yz^3)^4}{(3xy^2z^3)^4}$ 3) $\frac{(-4a^3b^2c)^6}{(2a^2b)(ab^3)^3}$

4. 다음 같기식에 맞는 x의 값을 구하여라.

1) $\frac{a^3}{a^x}=\frac{1}{a^3}$ 2) $\frac{a^{2x}\cdot a^3}{a^2}=a^7$ 3) $\frac{(a^x a^3)^2}{a^3}=a^9$

4) $\frac{(a^3)^9}{a^x\cdot a^3}=a$ 5) $\frac{a^2\cdot a^x}{a^{16}}=\frac{1}{a^8}$

련습문제

1. 다음 식을 하나의 제곱으로 표시하여라.

1) $3^2\cdot 9\cdot 27$ 2) $25\cdot 5^3\cdot 125$

3) $\frac{150^3}{50^3}$ 4) $\frac{(4a^3b)^5}{(2a^2)^5}$

2. 옳은 답을 선택하여라.

1) 아래의 계산에서 옳지 않은것은 ( )이다.

① $(-b^2)^3(-a^3)^2=-b^6(-a)^6=a^6b^6$

② $[(-a^3)^2(-b^2)^3]^3=-a^{16}b^{18}$

③ $(-ab^2)^3(-a^3b)^2=-a^9b^8$

④ $(-ab^2)^3(-a^2b)^3=a^9b^9$

2) 다음의 식에서 옳지 않은것은 ( )이다.

① $(a^4)^3=(a^3)^4$ ② $(a^4)^3=a^{4^3}$

③ $a^{4^3}=(a)^{4^3}$ ④ $a^4a^3=a^3a^4$

3) $(-x)^3(-x^2)^5x$의 계산결과는 ( )이다.

① x^{14} ② $-x^{14}$ ③ $-x^{10}$ ④ x^{10}

3. 같기식에 맞는 x의 값을 구하여라.

1) $\dfrac{2^3\cdot 2^{81}}{2^{10}\cdot 2^{72}}=2^{x-3}$ 2) $\dfrac{2^4\cdot 2^{10}}{8\cdot 32}=2^{3x}$

3) $\dfrac{3^{x+1}\cdot 3^{x+2}}{(3^x)^2}=3^{2x+1}$ 4) $\dfrac{5\cdot 5^{2x-1}5^{2x+1}}{(5^4)^x\cdot 5^x}=\dfrac{1}{5^{2x}}$

4. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $5^6=125^\square$ 2) $2^8=\square^4$

3) $2^{12}=\square^3$ 4) $3^\square=81^2$

5. 식의 값은 얼마인가?(여기서 n은 자연수이다.)

1) $(-1)^{2n}$ 2) $(-1)^{2n-1}$ 3) $(-1)^{2n+1}$

6. 식의 값을 구하여라.

1) $\dfrac{(3^2)^3\cdot(3^3)^3}{3^5\cdot(3^2)^5}$ 2) $\dfrac{a^2(ab)^{10}}{(a^4)^3(b^2)^3}$

3) $\dfrac{35^4}{7^3\cdot 125}$ 4) $\dfrac{4^7\cdot 0.75^3}{9\cdot 18^2}$

7. 두 식의 값을 비교하여라.

1) $2^6\cdot 5^6$과 $3^6\cdot 4^6$

$$\frac{2^6\cdot 5^6}{3^6\cdot 4^6}=\left(\frac{2\cdot 5}{3\cdot 4}\right)^6=\left(\frac{5}{6}\right)^6=\frac{5^6}{6^6}<1$$

그러므로 $2^6\cdot 5^6<3^6\cdot 4^6$

2) 36^5 과 $2^{10}\cdot 3^{10}$ 3) 32^{10}과 4^{28} 4) $(10^2)^3$과 $2^{10}\cdot 5^{10}$

5) 30^5과 $2^{10}\cdot 2^{15}$ 6) $3^7\cdot 2^{22}$과 24^7

제2절. 여러마디식의 곱하기

1. 한마디식과 여러마디식의 곱하기

해보기 분배법칙을 써서 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

1) $x^2(x+3y)=x^2x+3x^2y=x^3+3x^2y$

2) $x^2(2x^3+x^2-3x-4)$　　3) $3a(a^2-5ab+2b^2)$

> 한마디식과 여러마디식을 곱할 때에는 한마디식을 여러마디식의 매개 마디에 곱하고 정돈한다.

례 1. $3x^2(5x^2-3x+2)=3x^2\cdot5x^2-3x^2\cdot3x+3x^2\cdot2=15x^4-9x^3+6x^2$

문 제

1. 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

1) $\frac{1}{6}ab(3a^2-6ab+18)$　　2) $\frac{7}{3}x^4(2x^3+\frac{4}{7}x-6)$

3) $\left(\frac{x^4}{3}+\frac{2}{5}x^6\right)\cdot\frac{x^5}{7}\cdot\frac{3x}{7}$　　4) $\left(11-\frac{3x}{7}\right)\left(\frac{4x}{5}\right)^2$

2. 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

1) $-(2.25x^2-1.5y^2)\frac{4}{9xy}$　　2) $1\frac{2}{3}ab\left(\frac{3}{4}a^2-\frac{5}{6}b^2\right)(-b)$

3) $-\frac{2a^2}{3}(18ab^2-0.3a^2b+1.5)$　　4) $-x(2.25x^2-6xy-1.5y^2)\frac{2}{9}y$

3. □안에 알맞는 수나 식을 써넣어라.

1) $\square(3x-\square y)=\frac{3}{2}x-y$　　2) $\square(5x+\square)=15x^2+6x$

3) $\square(x^2-\square x-\square)=2x^3+6x^2+4x$　　4) $\left(\frac{x}{2}-\square\right)\square=\frac{x^2}{10}-\frac{x}{3}$

례 2. $2(x+y-3)-3(x-y+4)=2x+2y-6-(3x-3y+12)$

$=2x+2y-6-3x+3y-12$

$=-x+5y-18$

문 제

1. 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

1) $\frac{2}{3}x(3x-1)-\frac{1}{2}(4x+1)$　　2) $3x^4\left(2x^3-\frac{x}{6}\right)-5x^7$

3) $-x^3+2x^4\left(5x^4-\frac{2x}{3}\right)$　　4) $8x-\frac{x}{2}(5-x)$

2. 다음 식을 계산하여라.

1) $2(x^2-2x+1)-3(2x^2+x-2)$

2) $a(a+b+c)-b(a-b+c)-c(a+b-c)$

3) $x^2-x+3-x^2(x+2)+x(2x+1)$

3. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $(x+y+1)-y(y+x-1)$　　$(x=-0.5,\ y=0.2)$

2) $5a(a-4b)+3b-4a(a-5b)$　　$(a=0.5,\ b=0.75)$

4. 다음 방정식을 간단히 하고 풀어라.

1) $3x(x+2)-x(3x-4)=20$

2) $1.5(2-x)-2(1.5-0.8x)=x-1.2$

3) $3x(x^3-x^2+5)-x^2(3x^2-3x-2)=2(x^2-x)+51$

5. 다음 안같기식을 간단히 하고 풀어라.

1) $\frac{2x-3}{3}-\frac{x-2}{2}>x$　　2) $\frac{1}{3}(x-1)\leqslant\frac{5}{6}-\frac{x}{4}$

3) $2x(x-1)-3(2-3x)<2(x^2+x+2)$

4) $x^2(x-1)-x(x^2-x+5)\geqslant 3(x+8)$

2. 여러마디식들의 곱하기

알아보기 1. 다음것이 옳은가?

$(a+b)(c+d)$를 계산하기 위하여 먼저 $a+b=\mathrm{M}$으로 놓고 분배법칙을 쓰면

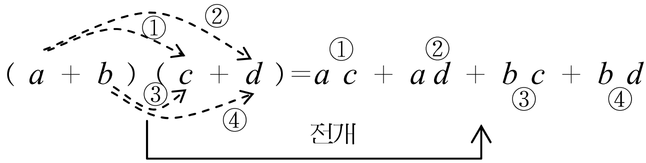
$$(a+b)(c+d)=\mathrm{M}(c+d)=\mathrm{M}c+\mathrm{M}d$$

다음으로 M에 $a+b$를 갈아넣고 분배법칙을 또 쓰면

$$(a+b)c+(a+b)d=ac+bc+ad+bd$$

따라서 $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ (＊)

2. $(a+b)(c+d)$를 계산하기 위해 $a+b$의 매개 마디를 $c+d$의 모든 마디들에 각각 곱하여라. 결과식이 식 (＊)과 같은가?

> 두 여러마디식들을 곱할 때에는 한 여러마디식의 매개 마디를 다른 여러마디식의 모든 마디에 각각 곱하여 더하고 정돈한다.
>
> 
>

문 제

1. 그림 6－1을 보면서 같기식을 설명하여라.

   $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

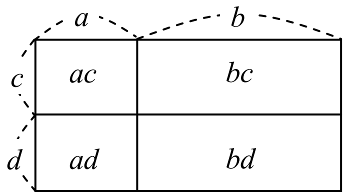


그림 6－1

2. 다음 식을 전개하여라.

   1) $(x+2)(x+3)$　　2) $(x+1)(2x+3)$

   3) $(m+3)(4m+1)$　　4) $(3x+3)(2x+3)$

   5) $(5y-2)(5y+2)$　　6) $(2-3p^2)(5-2p^2)$

3. 다음 식을 전개하여라.

   1) $(x+2)(x^2-x+3)=x^3-x^2+3x+2x^2-2x+6=x^3+x^2+x+6$

   2) $(x-2)(x^2+3x-4)$　　3) $(x^2-4x+5)(x+5)$

   4) $(3x^2-x-2)(2x-1)$

4. 다음 식을 전개하여라.

   1) $(x+1)(x+2)(x+3)=[(x+1)(x+2)](x+3)$

   $=(x^2+2x+x+2)(x+3)=(x^2+3x+2)(x+3)$

   $=x^3+3x^2+3x^2+9x+2x+6=x^3+6x^2+11x+6$

   2) $(x-1)(x-2)(x-3)$　　3) $(1-x)(x+2)(3-x)$

   4) $(2q-1)(q+1)(2q-3)$

5. 다음 식을 전개하여라.

1) $(2x^3-3x+4)(3x^2-4x+1)$　　2) $(x^2-8x+1)(3x^6-x^5-6x^2)$

3) $(x^4-3x^3+2x)(3y^2-5y-7)$　　4) $(3x^3-3x^2-7)(3x^2-5x-1)$

6. 다음 식을 간단히 하여라.

1) $(7x-4)(2x+3)-13x$　　2) $x^3-(x^2-3x)(x+3)$

3) $(3a-2)(5-2a)+6a^2$　　4) $(y-2)(y^2+2y+4)$

7. n에 그 어떤 자연수를 갈아넣어도 다음 식의 값은 12의 배수로 된다. 왜 그런가?

$$(n-1)(n+1)-(n-7)(n-5)$$

알아보기 여러마디식이 $A=x^2+2x+1$, $B=x-1$, $C=x+1$일 때 다음 같기식이 성립하는가를 따져보아라.

$A+B=B+A$, $AB=BA$, $(A+B)+C=A+(B+C)$,

$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$,　　$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$

옹근수, 분수에서와 같이 여러마디식에서도 더하기, 곱하기산법에 관하여 바꿈법칙, 묶음법칙, 더하기에 관한 곱하기분배법칙이 성립한다.

례. 다음 식을 전개하여라.

$$\begin{aligned}(x-3)(3x+2)(3x-2)&=(x-3)(9x^2-6x+6x-4)\\&=(x-3)(9x^2-4)\\&=9x^3-4x-27x^2+12\\&=9x^3-27x^2-4x+12\end{aligned}$$

문 제

다음 식을 간단히 하여라.

1) $(x^2-y^2-2x)+(3x^2+2xy-5)+(y^2-3x^2-2xy+5)$

2) $(x+2)(2x^2+3x-1)+(x^2-3x+1)(x+2)$

3) $4x^2(x+1)(3x^3-3x^2+3x-1)$

련습문제

1. 다음 계산을 하여라.

1) $3x(x-2)-5(2x^3-4x+1)$

2) $(9x-5)(2x-3)-(7x-1)(x+3)$

3) $(2x^2-x)(3x+1)-(5x-2)(2x^2-3)$

4) $\left(\frac{x^2}{4}-\frac{5x}{7}\right)\left(3x-\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{2x}{3}-\frac{1}{2}\right)\left(5x^2-\frac{1}{3}\right)$

2. 다음 글에서 옳지 않은것은 어느것인가?

1) 여러마디식은 몇개의 한마디식들의 합이다.

2) 여러마디식에 한마디식을 곱한 적은 여러마디식이다.

3) 여러마디식에 한마디식을 곱한 적의 차수는 여러마디식의 차수와 한마디식의 차수의 적과 같다.

4) 여러마디식과 여러마디식을 곱한 적은 여러마디식이다.

5) 여러마디식과 여러마디식의 적의 차수는 두 여러마디식의 차수의 적과 같다.

3. 다음 식을 전개하여라.

1) $x(3x-2)(x-1)-3x^3$ 2) $(3x^2+5x-8)(3x^2-6x+1)$

3) $(3x^3+2xy-3y^2)(2x^2+xy-y^2)$

4) $(5x^n-1)(x^{2n}+2x^n-5)-(2x^n+x^{n-1}+3)(x^n-5)$

4. 다음 식을 전개하여라.

1) $(x-1)(x^2+x+1)$ 2) $(x-1)(x^3+x^2+x+1)$

3) $(x-1)(x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x+1)$

5. 다음 식의 값을 구하여라.

1) $3a(a-2b)-2b(b-3a)$ $\left(a=\frac{1}{3},\ b=0.5\right)$

2) $(x-4)(x-2)-(x-3)(x-2)$ $(x=1.75)$

3) $(a-5)(a-1)-(a+2)(a+3)$ $(a=2.6)$

4) $(2y-1)(3y+2)-(6y-1)(y+3)$ $(y=0.0625)$

6. 련이어있는 네 자연수가 있다. 이가운데서 작은 두 수의 적이 나머지 두 수의 적보다 26만큼 작다. 이 자연수들을 구하여라.

제3절. 인수분해

어떤 여러마디식은 수에서와 같이 몇개의 인수들의 적으로 고칠수 있다.

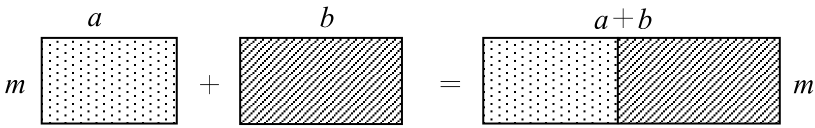
여러마디식을 몇개의 인수들의 적으로 고치는것을 **인수분해**한다고 말한다.

1. 매 마디의 공통인수를 찾아서 인수분해하기

해보기 1. 다음 여러마디식에서 매개 마디들의 공통인수를 지적하여라.

1) $3x^2+3y^2$　　　2) $2x^2y-6xy^2+3xy$

2. □안에 알맞는 식을 써보아라.



$ma \quad + \quad mb \quad = \quad \square(a+b)$

그림 6－2

공통인수를 찾아서 인수분해하기(1)

$\underline{m}a \quad + \quad \underline{m}b=m(a+b)$

공통인수

례. 여러마디식 $6x+3xy$를 인수분해하여라.

(풀이) $\underline{6x+3xy}=3x\cdot2+3xy=\underline{3x(2+y)}$

인수분해

문 제

1. 다음 여러마디식에서 공통인수를 찾아서 인수분해하여라.

1) $5x+10x^2$　　2) $8x^5-12x^4$　　3) $12x^3-16x$

4) $42x^3-35x^2y$　　5) $\frac{6}{5}x^2-\frac{4}{5}x$

2. 다음 여러마디식을 인수분해하여라.

1) $100a-10b+10$　　2) $12x+24xy+20z$

3) $2ma+4mb+6mc$　　4) $2y^3-6y^2+12y$

5) $20x^4+25x^2y^2-15^2y$

3. 다음 식을 인수분해한 다음에 그 값을 구하여라.

1) $35x+35y$　　$(x=13.7,\ y=6.3)$

2) $168a-42a^2b$　　$(a=2.34,\ b=1.84)$

3) $xy-2y^2$　　$(x=12.48,\ y=1.24)$

4) a^2y-a^3　　$(a=3.5,\ y=6.5)$

알아보기 다음 식들에서 여러마디식으로 된 공통인수를 찾아보아라.

1) $x(x+2)+3(x+2)$　　2) $3x^2(x-3)-4(x-3)$

3) $x^2(3x+1)-y(3x+1)-2xy(3x+1)$

공통인수가 여러마디식일 때에도 앞에서와 같은 방법으로 인수분해한다.

공통인수를 찾아서 인수분해하기(2)

$$a\underline{(c+d)}+b\underline{(c+d)}=\underline{(c+d)}(a+b)$$

공통인수

문 제

1. 다음 식에서 공통인수를 찾아서 인수분해하여라.

1) $2(x-y)+3x(x-y)$ 2) $a^2(1-3x)+a(1-3x)$

3) $(2x-7)(x-3)+(2x-7)(4x+5)$

2. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $(4x+7)^2+(3x+2)(4x+7)$ 2) $(x+4)^2(3x+2)+5(x+4)^3$

3) $(1-x)(4z+11)^5-2(4z+11)^2$

2. 마디를 묶어서 인수분해하기

알아보기 다음것이 옳은가?

여러마디식 $5a^2+7x-5ax-7a$에는 전체마디의 공통인수는 없다. 그러나 마디들을 몇개씩 잘 묶으면 공통인수들이 생겨 인수분해할수 있다.

$$(5a^2-5ax)+(7x-7a)=5a(a-x)-7(a-x)$$
$$=(a-x)(5a-7)$$

마디를 묶어서 인수분해하기

$$3ax-by-3ay+bx=(3ax-3ay)+(bx-by)$$
$$=3a\underline{(x-y)}+b\underline{(x-y)}=\underline{(x-y)}(3a+b)$$

문 제

1. 다음 식의 마디를 묶어서 인수분해하여라.

1) $ab-ac-3(c-b)$ 2) $4(y-z)+6z-6y$

3) $ax-4ay-4by+bx$ 4) x^2+ax-a^2y-axy

2. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $6ax+by+2ay+3bx$ 2) $ab-12-4a+3b$

3) $6ab-bc-3b^2+2ac$ 4) $2x^3+9+3x^2+6x$

3. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $ax^2+ay^2-bx^2-by^2+b-a$

$=(ax^2-bx^2)+(ay^2-by^2)-(a-b)=x^2(a-b)+y^2(a-b)-(a-b)$

$=(a-b)(x^2+y^2-1)$

2) $a^2+8b-3ac+2ab-12c+4a$　　3) $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$

3. 마디를 갈라서 인수분해하기

알아보기 여러마디식 $3a^2-5ab+2b^2$에 3개 마디의 공통인수가 있는가?

마디 $-5ab$를 갈라서 묶으면 공통인수가 생겨 인수분해를 할수 있다. 다음것이 옳은가?

$$3a^2-5ab+2b^2=3a^2-3ab-2ab+2b^2$$
$$=(3a^2-3ab)-(2ab-2b^2)$$
$$=3a(a-b)-2b(a-b)$$
$$=(a-b)(3a-2b)$$

마디를 갈라서 인수분해하기

$$2a^2+5ab+3b^2=2a^2+2ab+3ab+3b^2$$
$$=(2a^2+2ab)+(3ab+3b^2)$$
$$=2a(a+b)+3b(a+b)$$
$$=(a+b)(2a+3b)$$

문 제

1. 다음 식을 마디를 갈라서 인수분해하여라.

1) x^2+3x+2　　2) $x^2+3xy+2y^2$

3) $x^2+7x+10$　　4) x^2-5x+6

5) $x^2-10xy+16y^2$　　6) $a^2-10ab+21b^2$

2. 다음 식을 인수분해하여라.

1) x^2-x-2　　2) $y^2-12y+27$　　3) $z^2+4z-32$

4) $x^2-3x-10$　　5) $t^2-4t-12$

3. 1차마디를 어떻게 갈라놓으면 되겠는가를 생각하고 □안에 알맞는 식을 써넣어라.

1) $2x^2-5x-3=(2x+\square)(x-\square)$

2) $3a^2+a-2=(3a-\square)(a+\square)$

3) $5x^2+13x-6=(\square-2)(\square+3)$

4) $6x^2-x-1=(3x+\square)(2x-\square)$

련습문제

1. 3개의 련이어있는 짝수들가운데 가운데수가 k이면 그것들의 적은 아래것들가운데서 어느것인가?

① $8k^2-8k$　② k^3-4k　③ $8k^3-2k$　④ $4k^3-k$

2. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $ax-ay+bx-by$　　2) $x+xy+y+x^2$

3) $ab-6+3a-2b$　　4) $ax-10y-2ay+5x$

5) $ax^2+cx^2-ay+ay^2-cy+cy^2$　　6) $ac^2-ad-bc^2+cd+bd-c^3$

3. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $(2x+3)(3x-1)+(x-1)(1-3x)$

2) $a(x-y)-b(y-x)+3y-3x$　　3) $a^2b+24-8a-3ab$

4. 다음 식을 인수분해하여라.

1) x^3-2x^2+3x-6　　2) $x^5+5x^3-2x^2-10$

3) $x^5+x^3-2x^2-2$　　4) $6x^5-2x^3-9x^2+3$

5. 다음 식들을 마디를 갈라서 인수분해하여라.

1) $x^2-10x+25$　　2) $a^2+10ab+9b^2$

3) $y^2+10y-11$　　4) $a^2-7ab-8b^2$

6. 이웃한 세 홀수 n, $n+2$, $n+4$에서 n^2은 $(n+2)(n+4)$보다 74 작다. 이 수들을 구하여라.

7. □, △안에 알맞는 식을 써넣어라.

1) $2x^2 + x - 1 = (2x - □)(x + △)$

2) $3x^2 - 7x - 6 = (3x + □)(x - △)$

3) $2x^2 - xy - 3y^2 = (2x + □)(x - △)$

4) $3a^2 + 5ab - 2b^2 = (□ - b)(△ + 2b)$

5) $6x^2 - x - 1 = (3x - □)(2x + △)$

8. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $2x^2 + 3x - 5$　　2) $3x^2 + 11x + 6$

3) $5x^2 + 8x - 4$　　4) $2x^2 + 9xy - 5y^2$

5) $6a^2 - 5ab - 6b^2$　　6) $2m^2 - 5mn - 3n^2$

7) $x^3 + x^2 - 9x - 9$　　8) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

제4절. 곱하기공식과 인수분해공식

1. 합과 차의 곱하기공식과 인수분해

해보기 1. 다음 식을 전개하면 어떤 식이 나오는가?

$(a + b)(a - b) = ?$

2. 아래의 두 그림에 있는 빗선을 친 부분의 면적을 각각 식으로 표시하여라. 그다음 크기를 비교하여라. 무엇을 알수 있는가?

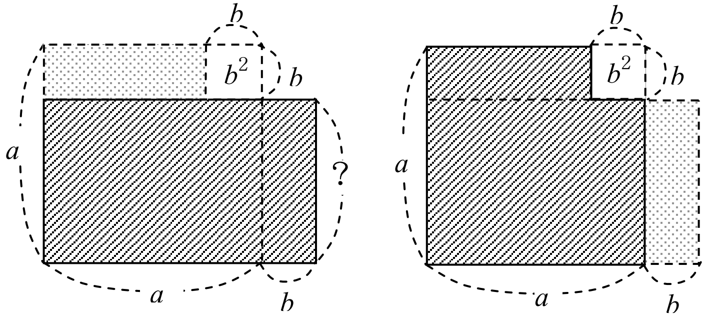


그림 6-3

합과 차의 곱하기공식

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

례 1. $(2x+3y)(2x-3y)=(2x)^2-(3y)^2=4x^2-9y^2$

문 제

1. 합과 차의 곱하기공식을 써서 다음 식을 전개하여라.

1) $(a+4)(a-4)$ 2) $(3x-2)(3x+2)$

3) $(3a+2b)(3a-2b)$ 4) $(7a^2-3b)(7a^2+3b)$

2. 다음 식을 전개하여라.

1) $(a+2)(a-2)(a^2+4)$ 2) $(a^4+100)(a^2+10)(a^2-10)$

3) $(x-3y)(x+3y)(x^2+9y^2)$

3. 다음 곱하기계산을 편리한 방법으로 하여라.

1) $51 \cdot 49=(50+1)(50-1)=50^2-1^2=2499$

2) $102 \cdot 98$ 3) $72 \cdot 68$

4) $93 \cdot 87$ 5) $1.02 \cdot 0.98$

합과 차의 곱하기공식의 두 변을 서로 바꾸면 공식

$$a^2-b^2 \underset{\text{인수분해}}{\overset{\text{곱하기(전개)}}{\rightleftarrows}} (a+b)(a-b)$$

를 얻는다.

2제곱의 차의 인수분해공식

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

례 2. 1) $x^2-4=x^2-2^2=(x+2)(x-2)$

2) $2x^3+x^2-32x-16=(2x^3+x^2)-(32x+16)$

$=x^2(2x+1)-16(2x+1)=(2x+1)(x^2-16)$

$=(2x+1)(x+4)(x-4)$

문 제

1. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $1-x^2$ 2) $36-a^2$ 3) $25x^2-49$

4) $0.09-y^2$ 5) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}$ 6) $\frac{1}{4}-\frac{(x-1)^2}{25}$

2. 다음 식의 값을 간단한 방법으로 구하여라.

1) 75^2-74^2 2) $\left(3\frac{4}{9}\right)^2-\left(2\frac{5}{9}\right)^2$ 3) $\frac{32^2-28^2}{37^2-23^2}$

3. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $25x^2-4(3x-1)^2$ 2) $(3x-2)^2-9(7x-3)^2$

3) x^3-x 4) $xy-4xy^3$ 5) x^3+x^2-9x-9

6) $(x+1)(2x-1)+x^2-1$ 7) $25x^2-4-(4x-7)(5x+2)$

2. 합, 차의 2제곱공식과 인수분해

알아보기 1. 다음 식을 전개하면 어떤 식이 나오는가?

1) $(a+b)^2$ 2) $(a-b)^2$

2. 우에서 얻은 전개식을 그림을 보면서 설명하여라.

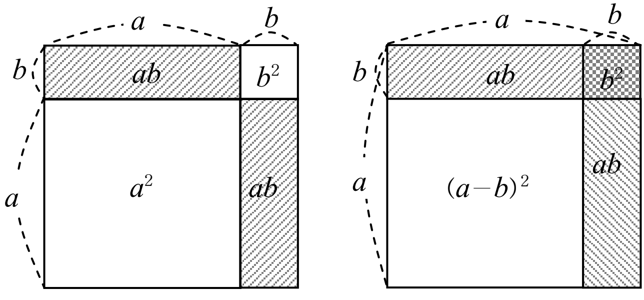


그림 6−4

합, 차의 2제곱공식

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

문 제

1. 다음 식을 전개하여라.

1) $(a+1)^2$ 2) $(x-3)^2$ 3) $(5x+4y)^2$

4) $\left(\frac{x}{3}+\frac{1}{4}\right)^2$ 5) $\left(5x-\frac{1}{6}\right)^2$ 6) $\left(\frac{2x}{3}-\frac{3y}{5}\right)^2$

2. 다음 식을 전개하여라.

1) $(x^2+5x)^2$ 2) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$ 3) $\left(\frac{1}{a}-a\right)^2$

3. □안에 알맞는 식을 써넣어라.

1) $(3x+\square)^2=9x^2+12x+\square$ 2) $(\square x-3)^2=\square x^2-2x+9$

3) $\left(\square x-\frac{3}{2}\right)^2=\square x^2-9x+\frac{9}{4}$ 4) $\left(\frac{2x^2}{5}-\square\right)^2=\frac{4x^4}{25}-\frac{3x^2}{5}+\square$

합, 차의 2제곱공식은 수값계산에서도 자주 쓰인다.

례 1. 1) $101^2=(100+1)^2=100^2+200+1=10201$

2) $35^2=(30+5)^2=30^2+2\cdot30\cdot5+5^2=900+300+25=1225$

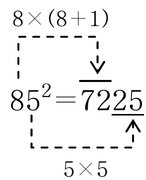
일반적으로

$$(10a+5)^2=(10a)^2+2\cdot10a\cdot5+5^2=100a^2+100a+25$$
$$=100a(a+1)+25$$

례 2. $85^2=(10\cdot8+5)^2=8\cdot(8+1)\cdot100+25$

$=7200+25=7225$

(8과 8보다 1 큰 수인 9를 곱하여 72를 얻은 다음 련이어 25를 쓴다.)



문 제

다음것을 암산하여라.

15^2, 25^2, 35^2, 45^2, 55^2, 65^2,
75^2, 85^2, 95^2, 105^2, 605^2, 995^2

알아보기 $(a+b+c)^2=[(a+b)+c]^2$, $(a-b-c)^2=[a+(-b)+(-c)]^2$을 전개하면 어떤 식이 나오는가?

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$
$$(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$$

문 제

다음 식을 전개하여라.

1) $(a+b-c)^2$ 2) $(2x-y+3z)^2$ 3) $(a+b+c+d)^2$

합, 차의 2제곱공식의 두 변을 서로 바꾸면 2차3마디식의 인수분해공식을 얻는다.

2차3마디식의 인수분해(1)

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

례 3. 1) $4a^2-12ab+9b^2=(2a)^2-2\cdot 2a\cdot 3b+(3b)^2=(2a-3b)^2$

2) $\frac{1}{16}-\frac{x}{2}+x^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2-2\cdot\frac{1}{4}x+x^2=\left(\frac{1}{4}-x\right)^2$

어떤 3마디식이

$$\square^2+2\square\cdot\bigcirc+\bigcirc^2$$
$$\square^2-2\square\cdot\bigcirc+\bigcirc^2$$

모양을 가지면

$$(\square+\bigcirc)^2$$
$$(\square-\bigcirc)^2$$

으로 인수분해된다.

문 제

1. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $p^4-2p^2q^2+q^4$　　2) a^2+2a+1　　3) a^4-2a^2+1

4) $x^2+8x+16$　　5) $36x^2-12xy+y^2$

2. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $a^2-ab+\frac{b^2}{4}$　　2) $x^2+x+\frac{1}{4}$　　3) $x^2+\frac{4}{7}x+\frac{4}{49}$

3. □안에 알맞는 식을 써넣어라.

1) $\frac{36}{25}x^2-\frac{36}{25}x+\square=\left(\frac{6}{5}x-\square\right)^2$　　2) $x^2-\square+\square=\left(\square-\frac{7}{5}\right)^2$

3) $\square+\frac{35}{4}a+\frac{25}{4}=\left(\square+\frac{5}{2}\right)^2$　　4) $\square+\square+\frac{49}{4}=\left(\frac{4}{9}x+\square\right)^2$

4. 다음의 인수분해에서 틀린것을 찾아라.

1) $1-9x^2=(1+9x)(1-9x)$　　2) $a^2-a+\frac{1}{4}=(a-1)^2$

3) $-mx+my=-m(x+y)$　　4) $ax+by-bx-ay=(a-b)(x-y)$

5. 다음 식의 x에 어떤 값을 넣어도 그 식들의 값은 부수로 되지 않는다. 왜 그런가?(인수분해를 하고 생각하여라.)

1) $x^2-12x+36$　　2) $x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}$

3) $49+4x^2+28x$　　4) $4x^2-\frac{12}{5}x+\frac{9}{25}$

3. 두 1차식의 곱하기공식과 인수분해

알아보기 식 $(ax+b)(cx+d)$를 전개하여라.
전개식에서 $a=c=1$이면 어떻게 되는가?

두 1차식의 곱하기공식

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

례 1. 1) $(x+2)(x+5)=x^2+(2+5)x+2\cdot5=x^2+7x+10$

2) $(2x+3)(4x-1)=2\cdot4x^2+[2\cdot(-1)+3\cdot4]x+$
$+3\cdot(-1)=8x^2+10x-3$

3) $(ax-b)(cx-d)=acx^2-(ad+bc)x+bd$

문 제

1. $\square$안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $(x+3)(x-2)=x^2+\square x+\square$

2) $(2x+3)(3x+1)=\square x^2+\square x+\square$

3) $(5x-2)(2x+1)=\square x^2+\square x+\square$

4) $(2x-4)(2x-6)=\square x^2+\square x+\square$

2. 다음 식을 전개하여라.

1) $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)$ 2) $\left(\frac{1}{5}-p\right)\left(p-\frac{1}{6}\right)$

3) $\left(\frac{2}{3}z-1.5\right)\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}z\right)$ 4) $(x^2+3)(x^2+1)$

5) $(y^3-6)(y^3-3)$ 6) $(2y^4-1)(5y^4+2)$

3. 다음 식을 전개하여라.

1) $[2(x-2)+5][3(x-2)+6]$ 2) $[(y-3)^2-1][2(y-3)^2+1]$

3) $\left[\frac{1}{2}(m-n)-\frac{2}{5}\right]\left[\frac{1}{5}(m-n)+\frac{2}{5}\right]$

4) $\left[(p+q)^2-\frac{3}{4}\right]\left[\frac{1}{4}(p+q)^2-4\right]$

두 1차식의 곱하기공식에서 두 변을 바꾸면 2차3마디식의 인수분해공식을 얻는다.

2차3마디식의 인수분해(2)

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

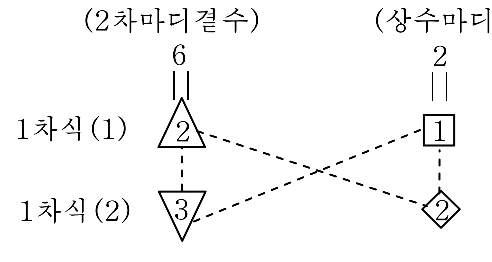
례 2. $6x^2+7x+2$를 인수분해하여라.

(풀이) 이 2차3마디식을 인수분해하려면 같기식

$$6x^2+7x+2=(\underbrace{\triangle x+\square}_{(1)})(\underbrace{\triangledown x+\diamond}_{(2)})$$

의 빈칸에 알맞는 수를 구해야 한다.

이때 다음과 같은 도식을 리용할수 있다.



3·1 + 2·2=7 (1차마디의 결수)

따라서

$$6x^2+7x+2=(2x+1)(3x+2)$$

문 제

1. □안에 알맞는 수를 써넣어라.

1) $x^2+5x+6=(x+\square)(x+\square)$

2) $x^2-x-6=(x+\square)(x+\square)$

3) $x^2-7x+12=(x+\square)(x+\square)$

4) $3x^2-13x-10=(\square x+\square)(\square x+\square)$

2. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $x^2+10x+21$ 2) x^2-x-20

3) $3x^2+11x+10$ 4) $6x^2-19x+10$

3. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $x^2-\frac{1}{15}x-\frac{2}{15}$ 2) $x^2-x+\frac{3}{16}$

3) $x^2+3\frac{1}{8}x+\frac{3}{8}$ 4) $\frac{2}{15}x^2+\frac{4}{15}x-2$

4. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $(2x-y)^2-3(2x-y)+2$

$2x-y=t$로 놓으면

$(2x-y)^2-3(2x-y)+2=t^2-3t+2$

$=(t-2)(t-1)=(2x-y-2)(2x-y-1)$

2) $(a+3b)^2-(a+3b)-20$

3) $2(x+y)^2-3(x+y)+1$

5. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $a^2+4b^2+4ab+8a+16b-9=(a^2+4ab+4b^2)+(8a+16b)-9$

$=(a+2b)^2+8(a+2b)-9=(a+2b+9)(a+2b-1)$

2) $x^2+2xy+y^2-3x-3y-40$

3) $x^2-3xy+2y^2-5x+8y+6=x^2-(3y+5)x+(2y+2)(y+3)$

$=[x-(2y+2)][x-(y+3)]=(x-2y-2)(x-y-3)$

4) $x^2-y^2-3z^2-2xz-4yz$

4. 3제곱의 합, 차의 공식과 인수분해

해보기 다음 식을 전개하면 어떤 식이 나오는가?

1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$　　2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

곱하기공식

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

우의 곱하기공식에서 두 변을 바꾸면 3제곱의 합, 차의 인수분해공식을 얻는다.

3제곱의 합, 차의 인수분해공식

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

례 1. x^3+3^3을 인수분해하여라.

$x^3+3^3=(x+3)(x^2-3x+9)$

례 2. $(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

$=(3x-2y)[(3x)^2+3x\cdot 2y+(2y)^2]$

$=(3x)^3-(2y)^3=27x^3-8y^3$

문 제

1. 다음 식을 전개하여라.

1) $(a+6)(a^2-6a+36)$　　2) $(k-5)(k^2+5k+25)$

3) $(x+1)(x^2-x+1)$　　4) $(x-1)(x^2+x+1)$

2. 다음 식을 전개하여라.

1) $(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)$　　2) $(2a+10)(4a^2-20a+100)$

3) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{6}x+\frac{1}{9}\right)$

3. 다음 식을 인수분해하여라.

1) x^3-27　　2) $8x^3+1000$　　3) $0.08x^3-\frac{1}{125}$

4) x^6-1　　5) $m^{12}-n^{12}$　　6) a^6+b^6

4. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $a^3-(b-c)^3$　　2) $(2p+q)^3+8r^3$

3) $(2x-y)^3+(2x+3y+1)^3$　　4) $2x^3-54y^3-3x+9y$

5. 합, 차의 3제곱공식과 인수분해

알아보기 다음 식을 전개하면 어떤 식이 나오는가?

1) $(a+b)^3=(a+b)^2(a+b)$　　2) $(a-b)^3$

합, 차의 3제곱공식

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

합의 3제곱공식이 성립한다는것은 그림 6－5의 체적들을 비교해보아도 알수 있다.

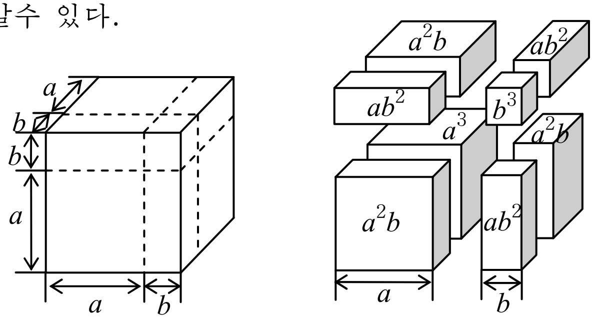


그림 6－5

례. 1) $(2x+3y)^3=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2+(3y)^3$

$$=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$$

2) $(a-2b)^3-(a+2b)^3=a^3-3a^2\cdot 2b+3\cdot a\cdot 4b^2-8b^3-a^3-$

$-3\cdot a^2\cdot 2b-3\cdot a\cdot 4b^2-8b^3=-12a^2b-16b^3$

또는

$(a-2b)^3-(a+2b)^3=[(a-2b)-(a+2b)][(a-2b)^2+$

$+(a-2b)(a+2b)+(a+2b)^2]$

$=-4b(a^2-4ab+4b^2+a^2-4b^2+a^2+4ab+4b^2)$

$=-4b(3a^2+4b^2)=-12a^2b-16b^3$

인수분해공식

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$
$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$
$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$$
$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$$
$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

문 제

1. 다음 식을 전개하여라.

1) $(m+n)^3$　　2) $(a-2)^3$　　3) $(5x-3y)^3$

2. 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

1) $(a+2b)^3-(a-2b)^3$　　2) $\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}\right)^3$

3) $(3y+2z)^3+(-y+z)^3$

3. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y)^3-3x^2y-3xy^2+z^3-3xyz=(x+y)^3+z^3-3xy(x+y+z)$

$=(x+y+z)[(x+y)^2-(x+y)z+z^2]-3xy(x+y+z)$

$=(x+y+z)(x^2+2xy+y^2-xz-yz+z^2-3xy)$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)$

2) $a^3+b^3-3ab+1$　　3) $m^3+n^3+3mn-1$

련습문제

1. 다음 같기식에서 옳은것을 가려내여라.

1) $(m+n)^2=m^2+n^2$　　2) $(2a-b)^2=4a^2+4ab+b^2$

3) $9(a+2b)^2-16x^4=(3a+6b+4x^2)(3a+6b-4x^2)$

4) $(x+y-z)^2-(x-y+z)^2=4x(y-z)$

5) $mp^5-m^5p=mp(p^4-m^4)=mp(p^2+m^2)(p+m)(p-m)$

2. 다음 식을 전개하여라.

1) $(x-2y+3z)^2$　　2) $(x^2+x+1)(x^2+x-1)$

3) $(3x^3-y^2+5z-2)(3x^3-y^2-5z+2)$

3. 다음 같기식은 a가 어떤 값을 잡을 때 성립하는가?

1) $(a+5)^2=a^2+5^2$　　2) $(a-3)^2=a^2-3^2$

4. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $6x^2-x-12$　　2) $10x^2+21x-10$　　3) $6x^2-13x-15$

5. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $x^2+\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$　　2) $7(2m+3n)^2-13(2m+3n)-2$

3) $3k^2+1\frac{1}{2}k+\frac{1}{6}$　　4) $x^2+(y^2+y+1)x+y^3+y^2$

5) $(k-2)^2-(k+1)+1$　　6) $a^2+2ab+b^2-7a-7b+10$

6. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $(2a+3b)^3-(3b-2a)^3$　　2) $(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$

3) $(m-x)^3+(n-x)^3-(m+n-2x)^3$

7. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $a^3b+3ab^2-2a^2-6b$ 2) $(y+1)^2-2x^2(y^2-1)+x^4(y-1)^2$

3) $x^2-8ax-40ab-25b^2$ 4) $x^4+y^4+z^4-2(x^2y^2+y^2z^2+x^2z^2)$

8. 련이어있는 세 자연수의 적은 6의 배수라는것을 알고 $(n^2-n)(2n-1)$이 6의 배수라는것을 밝혀라. (n은 자연수)

9. n이 자연수일 때 다음것이 합성수라는것을 밝혀라.

1) n^4+64 2) n^4+324

10. 1부터 100까지의 자연수들을 다 곱한 수는 마지막으로부터 몇개의 련이은 0이 있는가?

탐구

1. 다음의 갈기식을 관찰하고 그에 맞는 규칙을 이끌어내여라.

$9-1=8$

$16-4=12$

$25-9=16$

$36-16=20$

… … …

$n(n\geq1)$이 자연수일 때 n에 관한 갈기식으로 이 규칙을 표시하여라.

2. 다음의 갈기식을 보고 그에 맞는 일반적인 규칙을 생각해보아라.

$1\times2\times3\times4+1=5^2$

$2\times3\times4\times5+1=11^2$

$3\times4\times5\times6+1=19^2$

$4\times5\times6\times7+1=29^2$

… … …

1) 일반적인 규칙을 자연수 n에 관한 갈기식으로 이끌어내여라.

2) $2000\times2001\times2002\times2003+1$은 어떤 수의 2제곱으로 되겠는가?

복습문제

1. 다음 수들을 작아지는 차례로 써라.

   2^3, $(2^2)^3$, 2^{2+3}, 2^{2^3}, 3^{3^2}

2. □안에 알맞는 기호를 써넣어라.

   1) $2^{15}\cdot 5^{15}\square(10^4)^3$

   $2^{15}\cdot 5^{15}=(2\cdot 5)^{15}=10^{15}$

   $(10^4)^3=10^{12}$이므로 $2^{15}\cdot 5^{15}>(10^4)^3$

   2) $3^8\square 27^3$ 3) $8^9\square 2^{28}$

   4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\square\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ 5) $2^{20}\cdot 5^{15}\square(10^5)^3$

3. 2^{20}을 밑수가 4, 8, 16, 32, 64인 제곱으로 각각 표시하여라.

   $(2^{20}=(2^2)^{10}=4^{10})$

4. 다음것이 옳은가를 따져보아라.

   $$\frac{1+(-1)^n}{2}=\begin{cases}1 & (n\text{은 짝수})\\ 0 & (n\text{은 홀수})\end{cases}$$

5. 2^{3^2}과 $(2^3)^2$은 각각 2의 몇제곱인가? 다음 비를 구하여라.

   1) $3^{2^3}:3^{3^2}$ 2) $3^{2^3}:(3^2)^3$ 3) $(3^3)^2:3^3\cdot 3^2$

6. 다음것이 옳은가?

   1) $8^{10}-8^9-8^8$은 55로 나누인다.

   $8^{10}-8^9-8^8=8^8(8^2-8-1)=8^8\cdot 55$ (옳다)

   2) 25^7-5^{12}은 120의 배수이다.

   3) 45는 $81^7-27^9-9^{13}$의 약수이다.

   4) $10^{12}+10^{11}+10^{10}$은 555로 나누인다.

7. 다음 식을 여러마디식으로 고쳐라.

   1) $(3x-1)(2x+5)-x(5x+3)$

   2) $(2x+1)(3x^2-2x-1)-(2x-3)(2x+3)$

   3) $(2x^2-3x+2)(3x^2-2x-5)$

   4) $(x^2-2x-4)(3x^4-5x^3+2x^2-3x+3)$

8. 다음 식을 전개하여라.

1) $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$　　2) $(3x^2-x+2)(3x^2-x-2)$

3) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

4) $(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

9. $b+c=10$일 때 갈기식 $(10a+b)(10a+c)=a(a+1)\cdot 100+bc$가 성립하는가를 따져보아라. 그에 기초하여 열의 자리의 수자가 갈고 하나의 자리의 수자의 합이 10인 두자리수의 곱하기(례: $47\cdot 43$, $68\cdot 62$)를 암산으로 쉽게 하는 규칙을 말하여라.

10. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $(x+y)^2+3(x+y)-10$　　2) $(2a-3b)^2+2(2a-3b)-48$

3) $2(x-y)^2-3(x-y)+1$　　4) $x^2y+xy^2+x^2+xy-3x-3y$

11. 다음 식을 인수분해하여라.

1) x^4+x^2+1　　2) $(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-16$

3) $x^2-y^2-2x+4y-3$　　4) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

5) x^4+4　　6) $(x+1)^4+(x^2-1)^2+(x-1)^4$

7) $x^4-11x^2y^2+y^4$　　8) $x^4+x^2-2ax+1-a^2$

12. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $4a^2-4ab+b^2-12a+6b+5$　　2) x^3+3x^2+3x-7

13. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $x^9+x^6+x^3-3$　　2) $a^{5n}+a^{4n}+1$ (n:자연수)

14. 다음 식을 인수분해하여라.

1) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-3$

2) $x(x+1)(x+2)(x+3)-120$

3) $(x^2+5x+6)(x^2+7x+6)-3x^2$

15. $a+b=5$, $ab=6$일 때 a^2+b^2과 a^3+b^3의 값을 구하여라.

16. 식 $\dfrac{1999^3-1000^3-999^3}{1999\times 1000\times 999}$의 값을 구하여라.

17. k가 정수일 때 x에 관한 방정식

$$k^2x-k^2=2kx-5x$$

의 풀이가 늘 정수라고 말할수 있는가?

제7장. 닮은 도형

제1절. 3각형에서의 비례선분

△ABC에서 점 B_1, B_2는 변 AB를 3등분하는 점이다.

여기서

$BC /\!/ B_1C_1 /\!/ B_2C_2$, $AC /\!/ B_1D_1 /\!/ B_2D_2$이다.

△ABC를 그림 7－1과 같이 아낙에 있는 선에 따라 갈라놓았다.

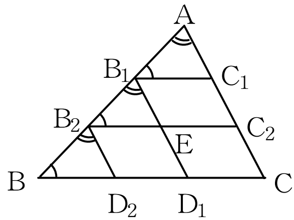


그림 7－1

알아보기 1. $\triangle AB_1C_1$을 AB방향으로 평행이동해가면 $\triangle B_1B_2E$, $\triangle B_2BD_2$에 겹쳐놓을수 있겠는가?

2. $B_1E = C_1C_2$, $B_2D_2 = C_2C$인가?

3. $AC_1 = C_1C_2 = C_2C$인가?

△ABC에서 B_1, B_2가 변 AB의 3등분점이고 $B_1C_1 /\!/ B_2C_2 /\!/ BC$이면 C_1, C_2도 변 AC의 3등분점이다.

이것은 4등분, 5등분, …인 때도 꼭같이 말할수 있다.

레 1. 쇠줄 AB를 4등분하여라.

(풀이) 점 A를 지나는 반직선 AC를 긋고 콤파스로 $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = C_3C_4$ 되게 점 C_1, C_2, C_3, C_4를 찍자. 선분 BC_4를 긋고 점 C_3, C_2, C_1에서 선분 BC_4에 평행인 직선을 그어 선분 AB와 사귀는 점을 B_3, B_2, B_1로 표시하면 B_1, B_2, B_3은 선분 AB를 4등분한다.

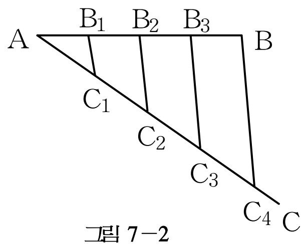


그림 7－2

문 제

1. 그림 7－1에서 점 D_1, D_2도 선분 BC를 3등분하는가?

2. 그림 7－1에서 $\frac{AB_1}{AB}=\frac{AC_1}{AC}=\frac{B_1C_1}{BC}$인가?

알아보기 그림 7－3의 △ABC에서
$AB_1:AB=1:3$이고
$B_1C_1 // BC$이다.
1. $AC_1:AC=1:3$인가?
2. $B_1C_1:BC$는 얼마인가?

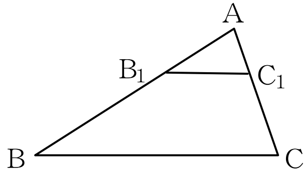


그림 7－3

3각형에서 한 변에 평행인 직선

△ABC에서 $B_1C_1 // BC$이면

1) $\frac{AB_1}{AB}=\frac{AC_1}{AC}=\frac{B_1C_1}{BC}$

2) $\frac{AB_1}{B_1B}=\frac{AC_1}{C_1C}$

례 2. 위대한 수령 **김일성**대원수님께서 손수 정원에서 키우시다가 온 나라에 퍼지도록 해주신 수삼나무는 지금 방방곡곡에서 키높이 자라고있다. 영남이는 수삼나무밑에서 5m 되는 지점 O를 잡고 그림 7－4와 같이 길이가 3m인 막대기 AB를 세웠다. 이때 OA=1m였다. 수삼나무의 높이는 얼마인가?

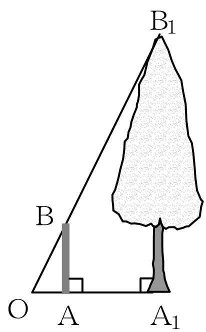


그림 7－4

(풀이) $\frac{OA}{OA_1}=\frac{AB}{A_1B_1}$

$$A_1B_1=\frac{AB}{OA}\cdot OA_1=\frac{3}{1}\cdot 5=15(m)$$

답. 15m

문 제

1. 그림 7－4에서 BB_1은 OB의 몇배인가?

2. 웃례에서 수삼나무의 높이가 18m이라면 막대기는 몇m인가?

알아보기 그림 7－5의 △ABC에서

$AB_1:B_1B=AC_1:C_1C=2:3$

이다.

점 B_1에서 BC에 평행인 직선을 그으면 그 직선은 점 C_1을 지난다. 왜 그런가?

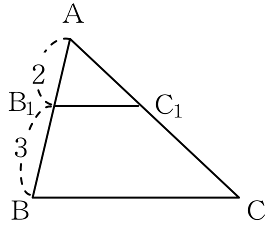


그림 7－5

3각형의 두 변을 같은 비로 나누는 직선

△ABC에서 $\frac{AB_1}{B_1B}=\frac{AC_1}{C_1C}$ 이면 $B_1C_1 /\!/ BC$

문 제

1. 그림 7－6에서 DE//BC인가?

2. 그림 7－6의 △ABC에서 다음과 같은 경우에 DE//BC인가?

1) AD=2, DB=1, AE=2.9, AC=4.4

2) AD=2, AB=4, AE=$\frac{3}{2}$, AC=3

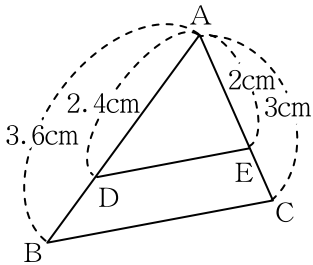


그림 7－6

련습문제

1. 그림 7－7에서 DE//BC이다. AB의 길이를 구하여라.

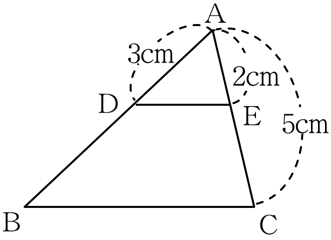


그림 7－7

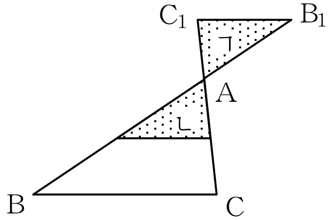


그림 7－8

2. 그림 7－8에서 C_1B_1//BC이고 $\frac{AB_1}{AB}=\frac{1}{2}$이면 $\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{1}{2}$이다. 왜 그런가? (3각형 ㄱ를 180° 회전이동하여 3각형 ㄴ의 자리에 놓고 생각하여라.)

3. 문제 2에서 B_1C_1＝4cm일 때 BC의 길이를 구하여라.

4. 높이가 30m인 나무의 그림자가 6m였다. 순철이의 그림자가 30cm이면 순철이의 키는 얼마인가?

5. 강의 폭이 CC_1=200m이다. 강건너 지점 B, C 사이의 거리를 구하기 위하여 AC_1, B_1C_1의 길이를 쟀다. AC_1＝50m, B_1C_1＝30m라고 한다. 지점 B와 C사이의 거리를 구하여라. 여기서 BC//B_1C_1이다.(그림 7－9)

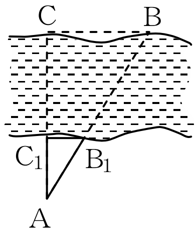


그림 7－9

6. 선분 AB에 점 C가 있다. 점 A, B에서 직선 ℓ까지의 거리 AA_1, BB_1은 각각 a, b이고 AC:CB＝2:3일 때 점 C에서 직선 ℓ까지의 거리 CC_1을 구하여라.(그림 7－10)

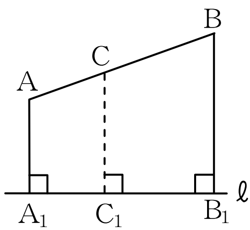


그림 7-10

7. △ABC의 정점 A에서 그은 높이를 AD로 표시할 때 BD＝15cm, DC＝27cm, AC＝45cm이다. BC의 수직2등분선이 AC와 사귀는 점을 E로 표시할 때 선분 AE의 길이를 구하여라.

제2절. 닮은 도형

해보기 그림 7-11은 크기가 서로 다른 우리 나라 지도이다. 두 지도에서

1. 평양과 함흥, 평양과 개성, 평양과 부산사이의 거리를 재서 그 비를 구해보아라.



ㄱ)



ㄴ)

그림 7-11

2. 평양과 신의주, 혜산과 청진사이의 거리를 재서 그 비를 구해보아라. 같은가? 먼저 구한 비와 비교하여라.

그림 7-11의 ㄴ)지도에서 아무렇게나 잡은 두곳사이의 거리는 ㄱ)지도에 있는 같은 두곳사이의 거리의 2배이다. 이때 ㄴ)지도는 ㄱ)지도를 2배로 **늘였다**고 말하고 ㄱ)지도는 ㄴ)지도를 $\frac{1}{2}$로 **줄였다**고 말한다.

그리고 ㄱ)와 ㄴ)는 **닮았다**고 말한다.

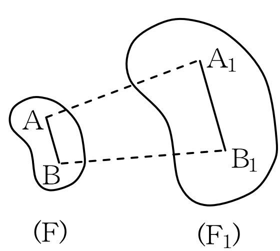


그림 7-12

일반적으로 도형 F의 임의의 두 점사이의 거리를 2배로 늘여서 도형 F_1을 얻었다면 도형 F_1은 도형 F를 2배로 **늘인 도형**이라고 부르며 $\frac{1}{2}$로 줄여서 도형 F_1을

얻었다면 F_1은 도형 F를 $\frac{1}{2}$로 **줄인 도형**이라고 부른다.

도형 F의 임의의 두 점을 A, B, 그에 대응하는 F_1의 점들을 각각 A_1, B_1로 표시하면

$A_1B_1=2AB$ → F_1은 F를 2배로 늘인 도형

$A_1B_1=\frac{1}{2}AB$ →F_1은 F를 $\frac{1}{2}$배로 줄인 도형

례 1. $\frac{1}{50000}$로 줄인 지도에서 두 도시 A, B사이의 거리가 5cm이다.(그림 7－13)

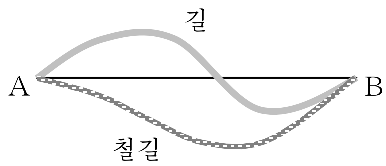


그림 7－13

1) 두 도시 A, B사이의 실제거리를 구하여라.

2) 두 도시 A, B를 맺는 길, 철길의 실제길이를 구하여라.

(풀이) 1) $5\times50000=250000$(cm)

따라서 A, B사이의 실제거리는 2.5km

2) 길과 철길에 따라 실을 일치시켰다가 그 길이를 재면 7.8cm, 7.2cm이다.

따라서 $7.8\times50000=390000$(cm)

$7.2\times50000=360000$(cm)

따라서 길의 길이는 3.9km

철길의 길이는 3.6km

실제지형을 $\frac{1}{50000}$로 줄였을 때 비 《1:50 000》을 **축척**이라고 부른다.

문 제

1. 축척 1:1 000인 지도에서 거리가 40cm로 나타나는 두 지점은 축척 1:50 000인 지도에서 그 거리가 얼마로 나타나겠는가?
2. 그림 7－14의 ㄴ), ㄷ), ㄹ)가운데서 어느것이 ㄱ)과 닮은 도형인가?

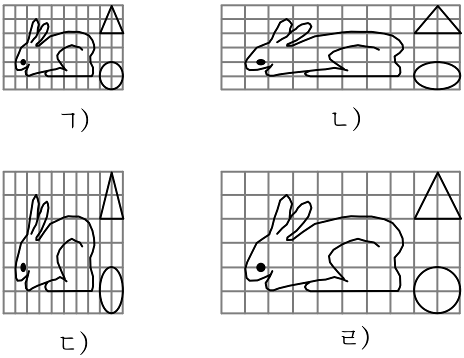


그림 7－14

3. 변의 길이가 3cm인 바른3각형을 3배로 늘인 3각형의 변의 길이를 구하여라. 늘인 3각형은 어떤 3각형인가?
4. 축척이 1:30 000 000인 지도가 있다. 실제거리가 1 500km인 두 도시사이의 거리가 줄인 지도에서는 얼마로 나타나는가?

알아보기 1. 그림 7－15에서 $A_1B_1=2AB$, $B_1C_1=2BC$, $C_1A_1=2CA$이다. 왜 그런가?

2. 도형 F_1은 도형 F를 2배로 늘인것이라고 말할수 있는가?

$\angle A_1B_1C_1=\angle ABC$,

$\angle B_1C_1A_1=\angle BCA$,

$\angle C_1A_1B_1=\angle CAB$

이겠는가?

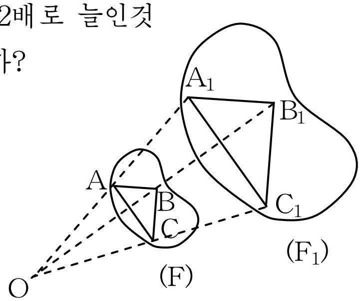


그림 7－15

도형을 늘이거나 줄일 때 각의 크기는 달라지지 않는다.

어떤 도형의 늘인 도형이나 줄인 도형을 그릴 때에는 그 도형의 테두리만 그리면 된다.

례 2. 다각형 ABCDE를 $\frac{1}{4}$로 줄인 도형을 그려라.

(풀이) 5각형 ABCDE아낙에 점 O를 잡고 O와 점 A, B, C, D, E를 맺는다. 다음

$$\frac{OA_1}{OA}=\frac{OB_1}{OB}=\frac{OC_1}{OC}=\frac{OD_1}{OD}=\frac{OE_1}{OE}=\frac{1}{4}$$

인 점 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1을 그림 7−16과 같이 잡고 다각형 $A_1B_1C_1D_1E_1$을 그리면 이것은 5각형 ABCDE를 $\frac{1}{4}$로 줄인 도형이다.

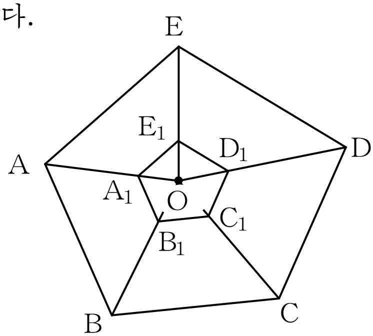


그림 7−16

문 제

1. 5각형 ABCDE밖에 점 O를 잡고 이 5각형을 $\frac{1}{3}$로 줄인 도형을 그려보아라.(그림 7−17)

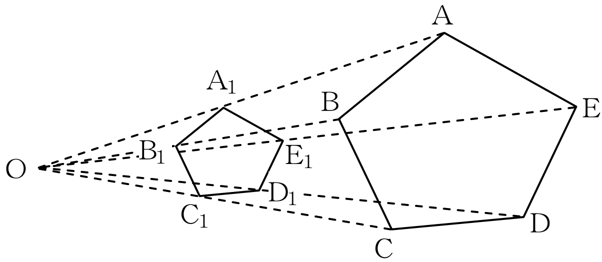


그림 7-17

2. 4각형을 하나 그리고 그것을 2배로 늘여라.

3. 4각형을 하나 그리고 그것을 $\frac{3}{4}$으로 줄여라.

상식

고조선시기의 직각자 －《구》

우리 선조들은 고조선시기부터 《ㄴ》자모양의 직각자를 리용하여 각종 높이와 깊이, 거리를 재였다.

례를 들어 나무의 높이를 다음과 같이 재였다.

직각자를 땅우에 ㄴ자모양으로 세우고 나무의 웃끝과 자의 두 팔의 끝점들이 한 직선에 놓이도록 한다. 이때 자의 땅에 접한 팔의 길이 a와 세운 팔의 높이 b 그리고 자로부터 나무까지의 거리 A를 잰다. 나무의 높이를 H라고 하면 $H:A=b:a$이므로 나무의 높이는 $H=\frac{b}{a}\cdot A$이다.

이것은 B.C. 2000년 이전인 고조선시기에 벌써 우리 선조들이 도형의 비례에 대한 지식을 알고있었다는것을 보여준다.

우리 선조들은 이 직각자를 《구》라고 불렀다.

련습문제

1. 위대한 수령 **김일성**대원수님께서는 12살 나시던 해에 조국의 현실을 더 잘 아시기 위하여 팔도구에서 만경대까지 혼자 걸어서 나오시였다. 축척 1:2 700 000인 지도에서 팔도구로부터 만경대까지의 거리는 12cm이다.

1) 팔도구로부터 만경대까지의 직선거리를 구하여라.

2) 팔도구와 만경대사이의 실제거리는 직선거리보다 200리나 더 멀다.

경애하는 대원수님께서 걸으신 길의 거리를 구하여라.

2. 바른4각형 F를 2배로 늘인 바른4각형 F_1에서 한 변의 길이가 14cm이면 바른4각형 F의 면적은 얼마인가?

3. 청진항에서 45km 되는 곳에서 수산사업소의 어선들이 많은 물고기를 잡았다. 축척 1:300 000인 지도에서 그 거리는 얼마인가?

4. 자기 학교의 청사, 운동장, 울타리 등이 그려진 도면을 1:1 000의 축척으로 대강 그려보아라.

복습문제

1. 그림 7－18에서 $AB /\!/ A_1B_1$이고 AB＝3m, OA＝4m, OA_1＝7m이다. A_1B_1를 구하여라.

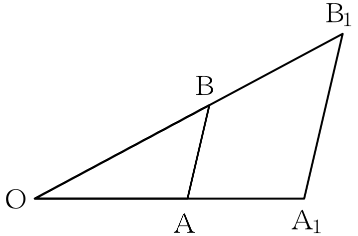


그림 7-18

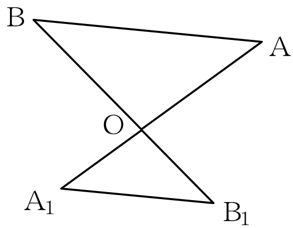


그림 7-19

2. 그림 7－19에서 OA_1=2.3m, OB_1=2.6m, OA=3.45m, OB=3.9m이다. AB와 A_1B_1가 평행인가?

3. 교실에 있는 지도를 리용하여 다음 두 도시사이의 거리를 구하여라.

1) 평양과 혜산

2) 개성과 서울

3) 보천보와 삼지연

4. 실제거리가 400m인것이 건설도면에서 5cm로 나타났다. 이 건설도면의 축척을 구하여라.

5. 영웅적조선인민군의 한 경비정이 축척 1:50 000인 지도에서 36cm 이동하였다. 이동한 실제거리는 얼마인가?

6. 축척이 1:50 000인 지도에서 두 이웃변의 길이가 4mm, 6mm인 직4각형모양의 구역의 실제면적은 몇m^2인가?

7. 직4각형 F를 2배로 늘여 F_1을 얻었다.(그림 7—20)

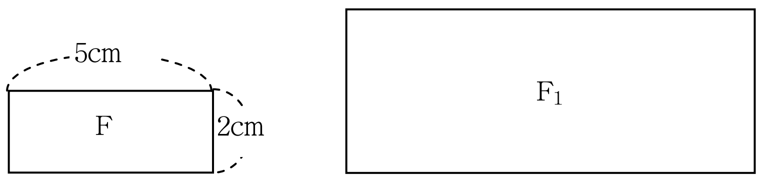


그림 7-20

1) 직4각형 F_1의 둘레의 길이를 구하여라. 둘레는 몇배로 늘어났는가?

2) 직4각형 F_1의 면적을 구하여라. 면적은 몇배로 늘어났는가?

8. 조선인민군의 한 정찰조가 축척이 1:20 000인 지도에서 목적지까지의 거리를 재였다. 첫 목적지까지의 거리는 18cm이고 첫 목적지에서 둘째 목적지까지의 거리는 첫 목적지까지의 거리의 2.5배이다. 정찰조가 둘째 목적지까지 가야 할 실제거리는 얼마이겠는가?

제8장. 경우의 수와 자료다루기

제1절. 경우의 수

1. 경우의 수

세 지점 A, B, C를 지나는 다음과 같은 여러 갈래의 길이 있다.

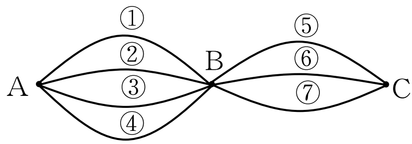


그림 8－1

A로부터 B를 지나 C로 가는 가능한 길을 다 찾아야 할 때가 있다.

이때 A에서 B에로 가는 경우는 4가지, B에서 C에로 가는 경우는 3가지이다. 그리하여 A에서 C를 지나 B까지 가는 경우의 수는 $4\times3=12$이다.

경우의 수를 찾는 문제들은 실천에서 많이 제기된다.

례. 붉은색, 푸른색, 노란색, 흰색으로 된 네가지 기발이 있다. 서로 다른 색으로 된 2개의 기발을 차례로 꽂아서 신호를 보내려고 한다. 모두 몇가지 신호를 보낼수 있겠는가?

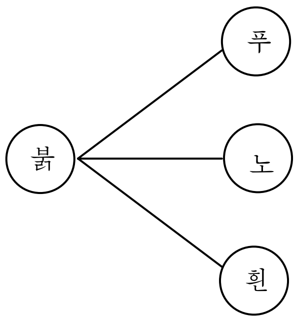


그림 8－2

(풀이) 첫번째로 꽂을수 있는 기발의 색갈은 붉은색, 푸른색, 노란색, 흰색의 4가지로 갈라진다. 처음에 붉은 기발을 꽂았다면 두번째로 꽂을수 있는 기발의 색갈은 다음과 같은 3가지 경우로 갈라진다.

마찬가지로 처음에 푸른색, 노란색, 흰색의 기발가운데 어느것을 꽂았는가에 따라 두번째로 꽂을수 있는 기발의 색갈은 각각 다음과 같은 3가지 경우로 갈라진다.

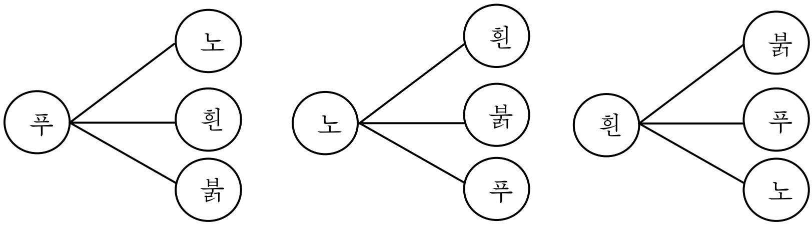


그림 8－3

이리하여 첫번째로 꽂을수 있는 기발의 색갈은 모두 4가지 경우가 가능하고 매 경우마다 두번째로 꽂을수 있는 기발의 색갈은 모두 3가지 경우가 가능하다.

그러므로 모두

$$4\times3=12$$

가지의 신호를 보낼수 있다는것을 알수 있다.

우에서와 같이 아지를 쳐가면서 경우들을 갈라나가면 빠지는 경우도 없고 겹치는 경우도 없다.

이렇게 아지를 쳐가면서 있을수 있는 경우들을 다 가르는것을 **아지치기**라고 부른다.

문 제

네 지점 A, B, C, D를 지나는 다음과 같은 여러 갈래의 길이 있다.

1) A에서 B와 C를 지나 D로 가는 가능한 길을 아지치기로 따져서 갈라보아라.
2) 가능한 경우는 모두 몇가지인가?

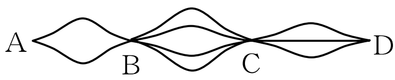


그림 8－4

2. 렬찾기

수 123, 213, 132, 231, … 은 같은 수자 1, 2, 3들로 이루어졌지만 서로 다른 수이다.

이와 같이 같은 수자로 이루어진 렬이라고 하여도 차례가 다른것은 서로 다른 렬로 본다.

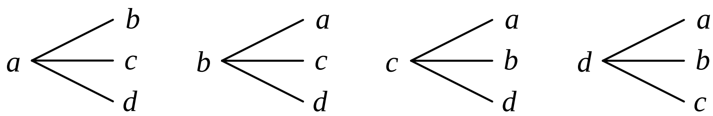
실지 우리 생활에서는 렬을 다 찾아야 하는 문제들이 자주 나선다.

실례로 네 학생가운데 두 학생을 뽑아서 줄을 세우는 방법이 모두 몇가지나 되겠는가를 알아야 할 때가 있다. 이것은 4명의 학생을 각각 a, b, c, d로 표시하면 (a, b, c, d)에서 2개씩 뽑아서 만든 렬을 다 구하는것과 같다.

이런 렬을 **4개에서 2개 뽑은 렬**이라고 부른다.

렬의 총수를 구하는 문제를 생각해보자.

아지치기로 표시하고 따져보면



이리하여 매 학생이 첫번째 자리에 올수 있는 경우는 모두 4가지이고 두번째 자리에 올수 있는 경우는 매 경우마다 3가지이므로 4개의 원소에서 2개의 원소를 뽑아서 만든 렬전부의 개수는

$$4\times3=\underbrace{4\times(4-1)}_{2\text{개}}=12$$

마찬가지로 4개의 원소에서 3개씩 뽑아 만든 렬전부의 개수는 아지치기로 따져보면

$$\underbrace{4\times(4-1)\times(4-2)}_{3\text{개}}$$

례. 6명의 달리기선수가 있다. 그가운데서 4명을 뽑아서 이어달리기경기에 내보내려고 한다. 달리는 순서까지 정한다면 이어달리기조를 뽑는 방법은 몇가지나 있겠는가?

(풀이) 6명가운데서 달리는 순서까지 정하여 4명을 뽑는것은 6개에서 4개를 뽑는 렬을 만드는것과 같다.

따라서 뽑는 방법의 수는

$$\underbrace{6\cdot(6-1)\cdot(6-2)\cdot(6-3)}_{4\text{개}}=6\cdot5\cdot4\cdot3=360$$

답. 360가지

문 제

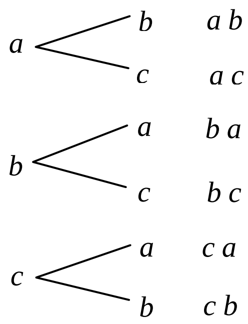
1. 5명의 대원이 4교대로 보초를 서는 방법은 몇가지 있겠는가?

2. 서로 다른 4가지 색갈의 기발을 1줄로 띄워서 신호를 하자고 한다. 기발의 차례에 따라 신호가 달라진다고 하면 몇가지 신호를 전할수 있겠는가?

3. 조묶기

세 학생가운데 두 학생씩 조를 짜는 방법이 모두 몇가지나 되겠는가를 알아야 할 때가 있다.

세 학생을 a, b, c로 표시하고 아지치기로 렬을 찾아보면



이것을 살펴보면 꼭같은 조가 두번씩 들어있다.

실례로 ab와 ba, ac와 ca, bc와 cb는 꼭같은 조이다.

그리하여 구하려는 실지 조의 수는

$$\frac{3\times(3-1)}{2}=3$$

이다.　　　즉　ab, ac, bc

문 제

1. a, b, c, d에서 3개씩 뽑는 조의 수를 구하여라.
2. a, b, c에서 3개씩 뽑는 조의 수는 얼마인가?

련습문제

1. A에서 D에로 가는 경우의 수를 구하여라.

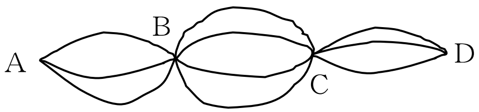


그림 8-5

2. A에서 B에로 가는 경우의 수를 구하여라. (A에서 A_1를 지나서 B로 가는 경우의 수, A에서 A_2을 지나서 B로 가는 경우의 수를 합하면 된다.)

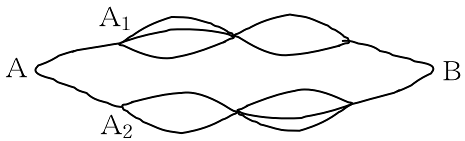


그림 8-6

3. 1, 2, 3, 4를 가지고 세자리수를 모두 만들어보아라. 몇개나 만들수 있는가?
4. 4명의 학생에서 3명씩 뽑은 조의 수를 구하여라. 아지치기로 구하여라.
5. 네개의 축구팀이 승자전을 하는 경우는 몇가지인가?
6. 어느 세 점도 한직선에 놓이지 않는 네개의 점이 있다. 이 점들 가운데 두 점씩을 지나는 직선은 몇개인가?
7. 서로 다른 수자로 되여있는 네자리수가운데서 짝수와 홀수가 번갈아나오는것을 몇개 만들수 있는가?

제2절. 자료다루기

1. 자료의 가르기

알아보기 다음 표는 어느 한 소년단반 학생들의 수학시험성적을 적은것이다. 성적표와 같은 표를 **통계자료**, 그것을 갈라 고찰한것을 **가름표**라고 부른다.

번호	이름	성적
1	김효심	5
2	김명철	3
3	리옥희	5
4	리인순	4
5	박진향	5
6	서태봉	5
7	오영걸	4
8	임철호	5

(가름표)

성적	학생수
최우등	(계 명)
우등	(계 명)
보통	(계 명)

1) 가름표에 따라 최우등, 우등, 보통생들을 갈라 보아라.

2) 가름표에서 소년단반원들가운데 빠진 이름은 없는가? 두번 들어간 이름은 없는가?

물건이나 수들을 가를 때에는 거기에 들어있는 대상들이 하나도 빠지지 말아야 하며 또 어느것이나 꼭 한곳에만 들어가게 해야 한다.

문 제

1. 0에서 30까지의 옹근수들을 7로 나눈 나머지에 따라 가르고 가름표를 만들어라.

1) 매개 갈래에 드는 수들사이에는 어떤 관계가 있는가?

2) 매개 갈래에 드는 수들을 다 표시하는 식을 세워보아라.

2. 옹근수들을 짝수들과 홀수들로 갈라놓으면 가름으로 되는가? 이 가름은 무엇에 의한 가름인가?

3. 3층으로 된 학교의 방들의 위치를 쉽게 알수 있게 하려면 그것을 어떻게 갈라 표식을 붙이면 좋겠는가?

2. 빈도수분포표

표 1은 어느 중학교 한 학급 학생들의 키를 잰 값을 적은것이다.

알아보기 1. 19번 학생의 키는 얼마인가?

2. 키가 제일 큰 학생과 제일 작은 학생은 각각 몇번 학생인가?

3. 학급 전체학생들의 키가 어떻게 널려있는가?

표 1

번호	키(cm)	번호	키(cm)	번호	키(cm)
1	145	15	146	29	145
2	154	16	142	30	153
3	152	17	153	31	149
4	147	18	148	32	154
5	163	19	157	33	158
6	157	20	159	34	147
7	145	21	148	35	158
8	144	22	153	36	151
9	150	23	147	37	147
10	149	24	154	38	153
11	164	25	157	39	154
12	152	26	149	40	149
13	151	27	154		
14	152	28	143		

이 표를 보면 매개 학생들의 키는 잘 알아볼수 있으나 모든 학생들의 키가 어떻게 널려있는가 하는것은 환히 안겨오지 않는다. 례를 들면 키가 150cm이상인 학생이 몇명인가? 이 학생들의 수는 키가 150cm미만인 학생들의 수보다 많은가, 적은가 하는것 등을 하나하나 세지 않고서는 알아볼수 없다. 학생들의 키가 어떻게 널려있는가를 알자면 학생들의 키를 몇개의 구간에 따라 다음과 같이 갈라놓는것이 좋다.

1) 가장 큰 키와 가장 작은 키를 찾아서 키가 널려있는 전체 구간을 정한다.

142～164

2) 이 구간을 어떤 길이 례컨대 5cm의 간격으로 가른다.(두 구간의 경계는 웃구간에 넣는다.)

140～145, 145～150, 150～155, 155～160, 160～165

3) 키의 가름구간에 드는 학생이 각각 몇인가를 세여 다음과 같은 표를 만든다.

표 2

키구간(cm)	학생수
140～145	3
145～150	14
150～155	15
155～160	6
160～165	2
전체	40

이와 같이 자료를 정리하기 위하여 만든 구간을 **급**, 급의 너비를 **급간격**, 구간에 들어있는 자료의 개수를 그 **급의 빈도수**라고 부른다. 또한 매 급의 가운데값을 **급중심**이라고 부른다.

모든 자료들을 우에서와 같이 몇개의 급으로 가르고 매개 급에 그 빈도수를 써놓은 표를 **빈도수분포표**라고 부른다.

그리고 제일 큰것에서 제일 작은것을 던 차를 **분포의 범위**라고 부른다.

빈도수분포표는 잰 값을 써놓은 표에 비해 매개 학생들의 키를 알아보는데는 맞지 않지만 학급학생들의 키가 어떻게 널려있는가에 대해서는 잘 알수 있게 한다.

표를 보면 키가 145cm미만, 160cm이상 되는 학생은 몇명 안되고 150cm이상, 155cm미만인 학생이 제일 많다는것을 알수 있다.

례. 학생들의 키를 잰 값을 적어놓은 표 1과 학생들의 키의 빈도수분포표(표 2)에서 분포의 범위, 급의 간격, 급중심을 구하여라.

(풀이) 분포의 범위 164－142＝22

급간격 5

급중심 142.5, 147.5, 152.5, 157.5, 162.5

문 제

표 3은 40명의 학생들이 너비뛰기에서 뛴 너비의 빈도수분포표이다.

표 3

급(너비구간(cm))	빈도수
3.7～3.8	1
3.8～3.9	3
3.9～4.0	19
4.0～4.1	13
4.1～4.2	4
계	40

1) 학생들이 뛴 너비는 어떤 구간에 널려있는가?
2) 매 구간에 들어있는 너비를 뛴 학생수를 불러보아라.
3) 얼마만한 너비를 뛴 학생수가 가장 많고 얼마만한 너비를 뛴 학생수가 가장 적은가?
4) 매 구간에 들어있는 너비를 뛴 학생수는 각각 학급학생수의 몇％인가?

빈도수의 널림상태를 쉽게 알아보기 위하여 분포표를 도표로 표시할 때가 많다. 도표를 그리면 빈도수의 널림상태가 한눈에 안겨온다. 례를 들어 앞에서 본 학생들의 키의 빈도수분포표(표 2)를 도표로 그리자면 다음과 같이 한다.

가로축에 급을 표시하는 구간을 표시한다.

급을 표시하는 구간을 한 변으로 하고 그 구간의 빈도수만 한 길이의 선분을 다른 변으로 하는 직4각형을 그린다.(그림 8－7)

그러면 이 직4각형의 면적은 빈도수에 비례한다. 이렇게 얻어진 도형을 **빈도수분포기둥도표**라고 부른다.

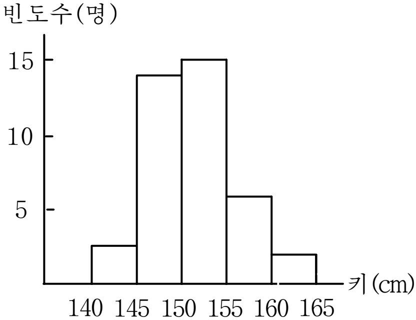


그림 8-7

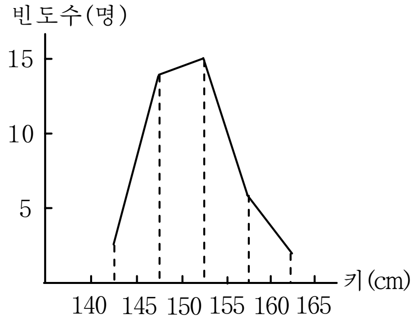


그림 8-8

또한 다음과 같이 할수도 있다.

자리표평면에 매개 급의 급중심과 그 급의 빈도수를 각각 가로 및 세로자리표로 가지는 점들을 찍는다.

이 점들을 차례로 선분으로 맺는다.

이렇게 얻어진 도형을 **빈도수분포절선도표**라고 부른다.(그림 8－8)

문 제

1. 어느 나무모판에서 어린 나무싹의 키를 재여 그림과 같은 빈도수분포절선도표를 얻었다.(그림 8－9)

1) 나무싹의 키는 어느 구간에 널려있는가?

2) 키가 얼마인 나무싹이 가장 많고 키가 얼마인 나무싹이 가장 적은가?

3) 키에 따라 나무싹의 그루수가 어떻게 변하는가?

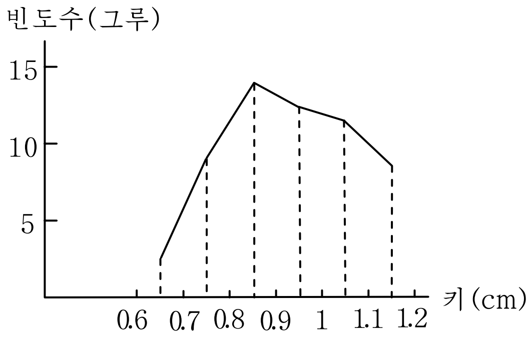


그림 8-9

2. 너비뛰기 빈도수분포표(표 3)를 보고 빈도수분포기둥도표와 빈도수분포절선도표를 그려라.

3. 평균값

어느 학생의 키가 큰편인가, 작은편인가를 알려면 학급학생들의 키를 대표할만 한 수와 비교하여야 한다. 또한 어느 두 학급 학생들의 키를 전체로 비교하려고 할 때도 개별적학생들의 키를 비교하는것보다 학급학생전체의 키를 대표할만 한 수를 가지고 비교해야 한다.

자료의 값전체를 대표하는 수를 **대표값**이라고 부른다.

대표값으로는 평균값을 쓸수 있다.

자료 a값들의 총합을 자료의 개수로 나눈 상을 그 자료들의 **평균값**이라고 부른다. 즉 n개의 값 a_1, a_2, ⋯ , a_n의 평균값을 $\overline{a}$라고 하면

$$\overline{a}=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$$

수들의 평균값이 $\overline{a}$이라는것은 그 수들이 모두 같다고 하면 그 수들을 다 $\overline{a}$라고 볼수 있다는것을 의미한다.

례. 다음 표는 어느해 평양지방의 이른봄 10일간의 최고기온을 조사한 자료이다.

날자(일)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
최고기온(℃)	10	12	6	10	12	15	10	6	9	13

이 자료의 평균값을 구하여라.

(풀이) 평균값$=\frac{10+12+6+10+12+15+10+6+9+13}{10}$

$$=\frac{103}{10}=10.3$$

즉 10일간의 평균최고기온은 10.3℃이다.

문 제

1. 표 1을 보고 학생들의 평균키를 말하여라.
2. 다음 값들은 한 학생이 실험실에서 같은 길이를 8번 재여서 얻은 값이다.

잰 차례	1	2	3	4	5	6	7	8
잰 값(cm)	11.9	12.0	11.7	11.8	12.1	11.9	12.0	12.1

자료의 값의 총합을 자료의 개수로 나눈 평균값을 계산하여라.

3. 자기 학급의 학생들의 키를 모두 재고 다음과 같은것을 구해보아라.
   1) 빈도수분포표
   2) 빈도수분포기둥도표와 절선도표
   3) 평균값

련습문제

1. 다음의 표는 어느 중학교 2학년 한 분단에서 1주일동안에 읽은 책의 페지수를 총화한것이다. 50페지의 급간격으로 빈도수분포표를 만들고 빈도수분포기둥도표, 빈도수분포절선도표를 그려라.

학생(출석부번호)	페지수	학생(출석부번호)	페지수	학생(출석부번호)	페지수
1	495	11	445	21	355
2	422	12	335	22	417
3	300	13	357	23	393
4	442	14	433	24	474
5	483	15	363	25	375
6	342	16	435	26	366
7	413	17	360	27	440
8	362	18	417	28	384
9	409	19	395	29	336
10	290	20	370	30	384

2. 다음의 빈도수분포표를 보고 물음에 대답하여라.

급 (이삭당 강냉이그람수 구간)	빈도수
120～130	3
130～140	7
140～150	25
150～160	49
160～170	12
170～200	4
계	100이삭

1) 매 이삭의 강냉이그람수는 어느 구간에 널려있는가?

2) 매개 구간에 들어있는 그람수만큼씩 거둔 강냉이이삭수를 불러보아라.

3) 어떤 구간에 든 강냉이이삭수가 가장 많은가?

4) 매개 구간에 들어있는 강냉이이삭수는 전체 이삭수의 몇% 인가?

3. 다음 표는 어떤 알곡 한이삭에 달린 알수의 빈도수분포표이다.

급 (알수구간(알))	빈도수
110～120	3
120～130	9
130～140	28
140～150	59
150～160	24
160～170	12
170～180	7
180～190	4
190～200	4
계	150

1) 빈도수분포기둥도표를 그려라.

2) 평균값을 구하여라.

4. 다음 표는 5명의 선반공들이 매월 가공한 부속품수를 써넣은것이다.

월 / 이름	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
김충혁	15	14	17	20	17	17	19	19	20	20	21	23
리철호	13	16	16	15	16	18	19	18	18	21	20	20
김대홍	11	15	14	19	15	17	16	18	17	18	19	21
강선균	12	14	7	19	16	13	19	19	18	17	21	20
최일진	14	15	15	17	17	19	18	17	17	19	20	29

표를 보고 매 선반공들이 월평균 생산한 부속품수를 구하여라. 선반공이 월평균 생산한 부속품수가 큰 순위에 따라 그 이름을 써라.

복습문제

1. 그림 8－10에서 A에서 B에로 가는데 몇가지 가능한 길이 있는가?

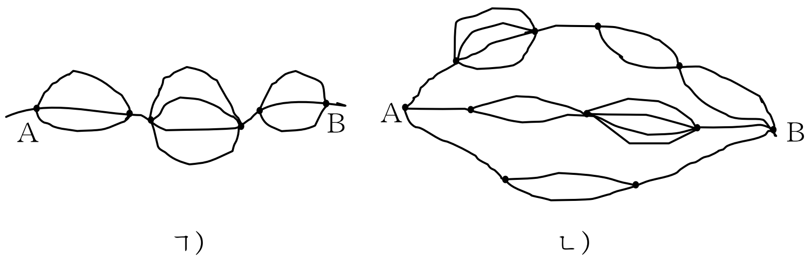


그림 8-10

2. 날씨를 다음과 같이 갈라보기로 하면 날씨를 모두 몇가지로 갈라볼수 있는가?

   1) 개였는가, 흐렸는가, 비가 오는가에 따라 가른다.
   2) 바람이 센가, 약한가에 따라 가른다.
   3) 더운가, 추운가에 따라 가른다.

3. 국어, 수학, 영어, 콤퓨터의 4과목을 가지고 3시간짜리 시간표를 짤수 있는대로 다 짜보아라.

4. 1부터 9까지 수자를 써서 같은 수자가 거듭 들어가지 않는 네자리 홀수를 몇개 만들수 있는가?

5. 1부터 24까지의 옹근수들을 12로 나눈 나머지에 따라 가르고 가름표를 만들어라.

6. 다음 표는 어느 지방의 4월, 5월(30년간)의 평균기온을 조사한 자료이다.

년＼월	4	5	년＼월	4	5	년＼월	4	5
1976	10.7	15.2	1986	8.8	15.2	1996	9.8	16.9
1977	9.2	15.5	1987	9.6	17.2	1997	10.7	17.9
1978	11.9	15.6	1988	9.5	15.9	1998	10.6	16.5
1979	9.0	16.8	1989	9.4	17.5	1999	9.3	15.6
1980	12.4	17.6	1990	9.5	15.8	2000	10.6	17.7
1981	8.5	16.2	1991	10.6	16.4	2001	9.9	16.0
1982	9.9	17.9	1992	9.1	17.0	2002	9.7	15.3
1983	9.5	16.5	1993	10.1	15.7	2003	8.2	14.2
1984	11.1	16.5	1994	11.7	17.6	2004	10.2	16.2
1985	9.6	16.4	1995	8.2	16.3	2005	9.8	15.3

1) 0.5℃의 간격으로 빈도수분포표와 빈도수분포절선도표를 그리고 빈도수의 널림상태를 말하여라.

2) 월별 평균값을 구하고 비교하여라.

7. 다음것은 한 학생이 자기 고향마을의 7월과 8월의 바람방향을 하루에 6번씩 재여 빈도수분포표로 정리한것이다.

바람방향	7월 빈도수	8월 빈도수
바람없음	35	44
북～북동	6	8
북동～동	23	28
동～동남	32	33
동남～남	21	14
남～남서	24	15
남서～서	15	13
서～서북	14	15
서북～북	16	16
계	186번	186번

빈도수기둥도표를 그리고 널림상태를 비교하여라.

8. 다음의 표는 한 과수농장에서 어떤 과일나무묘목 200그루의 키를 재여 얻은 자료를 정리한것이다.

급(cm)	빈도수(묘목수)
27.5～29.5	3
29.5～31.5	10
31.5～33.5	23
33.5～35.5	47
35.5～37.5	49
37.5～39.5	40
39.5～41.5	26
41.5～43.5	2
계	200

평균값을 구하여라.

9. 자기 학급학생들의 수학성적의 빈도수분포표를 각각 만들어라. 다음 빈도수분포기둥도표를 그리고 널림상태를 비교하여라.

제9장. 공간도형

제1절. 공간에서 직선과 평면

1. 평면

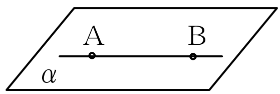
평면은 사방으로 끝없이 평평하게 펼쳐져있다. 평면은 보통 평행4변형처럼 나타내며 하나의 글자 α로 표시하고 《평면 α》와 같이 읽는다.

해보기 평평한 판우에 두 점 A, B를 찍고 그 두 점을 지나도록 곧은 자를 대보아라. 틈이 생기는가? 만일 굽은 면에 곧은 자를 대면 어떤가?(그림 9−1)



그림 9−1

평면에 있는 두 점 A, B를 지나는 직선은 그 평면에 완전히 놓인다.



해보기 직선 AB를 지나는 평면은 많다. 이 평면들가운데서 직선 AB에 놓이지 않는 점 C를 지나는 평면을 잡아보아라. 하나로 정해지는가를 알아보아라.(그림 9−2)

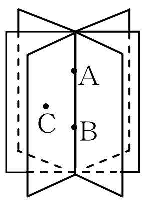


그림 9−2

한 직선 AB와 그에 놓여있지 않는 점 C는 하나의 평면을 결정한다.

알아보기 한 직선에 놓이지 않는 세 점 A, B, C는 하나의 평면을 결정한다고 말할수 있는가?
네 점 A, B, C, D는 어떤가? 있을수 있는 경우를 생각해보아라.(그림 9−3)

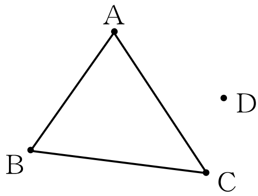


그림 9−3

문 제

1. 다음의 경우는 하나의 평면을 결정하는가?
1) 사귀는 두 직선　2) 평행인 두 직선　3) 사귀는 세 직선

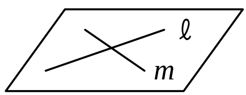
2. 곧은 자를 판우에 이리저리 여러가지로 놓아보아도 틈이 생기지 않았다. 그 판은 평면으로 볼수 있는가?

3. 3개의 다리를 가진 책상은 뒤뚝거리지 않지만 4개의 다리를 가진 책상은 뒤뚝거릴 때가 있다. 왜 그런가?

2. 두 직선의 자리관계

찾기 교실에서 평행인 두 직선, 사귀는 두 직선, 평행도 아니고 사귀지도 않는 두 직선을 찾아보아라.

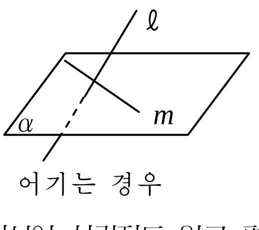
공간에서 두 직선의 자리관계



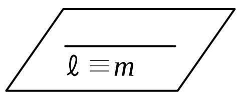
사귀는 경우



사귀지 않는 경우
(평행인 경우 $\ell /\!/ m$)



어기는 경우



일치하는 경우

두 직선이 사귀지도 않고 평행도 아닐 때 이 두 직선을 **어기는 직선**이라고 부른다.

어기는 두 직선 ℓ과 m이 있을 때 m의 임의의 점 A에서 $\ell /\!/ \ell_1$인 직선 ℓ_1을 그었을 때 생기는 각 α를 ℓ과 m사이의 각으로 정한다. (그림 9－4)

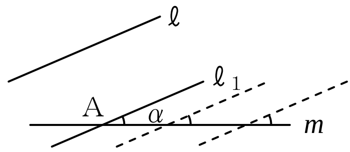


그림 9－4

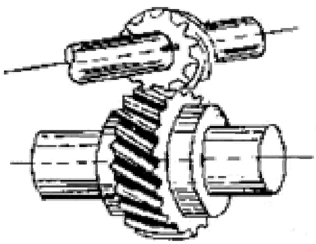
해보기 2개의 산가지 ℓ과 m으로 어기는 두 직선을 만들어라.

1) ℓ과 m이 30°를 이루는 어기는 직선으로 되게 하여라.

2) ℓ이 책상면 α와 점 O에서 사귈 때 책상우의 한 점 A를 지나 ℓ과 60°를 이루는 직선을 α우에 그어라.

문 제

1. 그림 9－5에서 맞물고있는 두 치차의 축이 서로 어떤 자리관계에 있는가를 말하여라. 두 치차사이의 각이 30°라고 하면 이 30°는 어느 각을 의미하는가?


그림 9－5

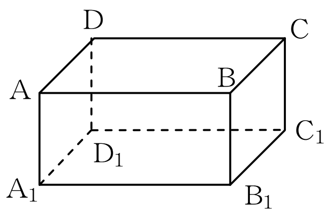


그림 9－6

2. 그림 9－6과 같은 직6면체의 모서리들가운데서 모서리 B_1C_1에 평행인 직선, 어기는 직선과 그것들사이의 각을 말해보아라.

3. 그림 9－7과 같은 도형에서 어기는 직선들을 말하여라.

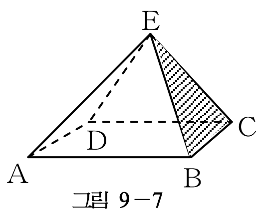


그림 9－7

3. 직선과 평면의 자리관계

찾기 그림 9－8에서 AB, AC는 바닥면과 어떤 자리관계를 가지는가? 바닥면과 사귀지 않는 직선, 바닥면과 한 점에서 사귀는 직선, 바닥면에 놓이는 직선들을 찾아보아라.

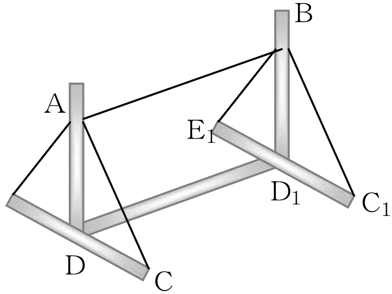
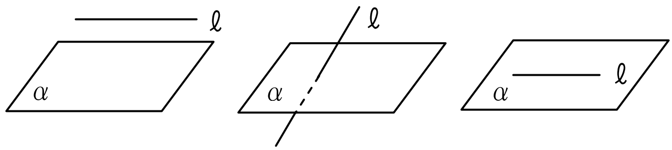


그림 9－8

직선과 평면의 자리관계



사귀지 않는 경우 (평행인 경우 $\ell /\!/ \alpha$) 　　사귀는 경우 　　직선이 평면에 놓이는 경우

문 제

그림 9－6과 같은 직6면체에서

1) 면 $A_1B_1C_1D_1$에 평행인 모서리들
2) 면 $A_1B_1C_1D_1$과 사귀는 모서리들
3) 면 $A_1B_1C_1D_1$에 놓이는 모서리들을 말하여라.

직선과 평면의 평행

교실안에서 천정과 벽체의 사귐선과 교실바닥, 야외에서 전선대에 늘어진 전기줄과 들판은 사귀지 않는다.

이와 같이 직선 ℓ이 평면 α와 사귀지 않을 때 직선 ℓ과 평면 α는 **평행**이라고 부르며 《직선 $\ell /\!/$평면 α》와 같이 표시한다.

해보기 연필 $a//$책상면 α되게 연필을 쥐자.(그림 9-9)
연필을 포함하는 평면 β를 만들고 α와 β의 사귐선을 ℓ이라고 하자. 연필 a와 ℓ은 어떤 자리관계에 있겠는가?

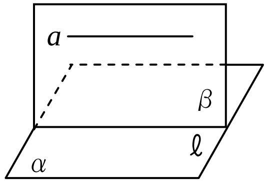


그림 9-9

직선과 평면의 평행조건

평면 α와 그밖에 직선 a가 주어졌을 때 평면 α에 직선 a에 평행인 직선 ℓ이 있으면 직선 a // 평면 α이다.

해보기 $a//b$인 두 산가지가 있다. b를 포함하는 평면은 몇개인가? 그 매 평면들은 a와 어떤 관계에 있겠는가?

문 제

1. 직선 a // 평면 α이다. 직선 b가 평면 α에 놓일 때 a와 b는 어떤 자리관계에 있겠는가?
2. 교과서를 펼쳐서 책상우에 세워놓고 연필을 이 책장들의 사귐선에 평행되게 놓으라. 연필과 매 책장과는 어떤 자리관계에 있겠는가?
3. 방안에서 바닥에 평행되게 줄을 매려고 한다. 어떻게 해야 하겠는가?

해보기 한 책상면 α우에 연필 ℓ_1, ℓ_2를 그림 9-10의 ㄱ), ㄴ)와 같이 세우고 직삼각자 ABC의 한 직각변 AB를 연필과 일치시키자. 그리고 다른 직각변 BC는 α우에 놓이게 하여라.
1) ㄱ)에서는 우와 같이 몇번 맞출수 있는가?
2) ㄴ)에서는 ℓ_2를 축으로 직삼각자를 돌릴 때마다 맞출수 있다고 하자.

ㄱ)에서는 $\ell_1 \perp BC$인 직선이 몇개인가?
ㄴ)에서는 $\ell_2 \perp BC$인 직선이 몇개인가?

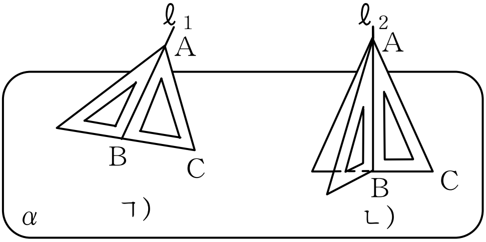
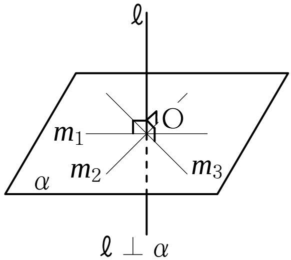


그림 9-10

직선과 평면의 수직

직선 ℓ이 평면 α와 점 O에서 사귀고 O를 지나는 평면 α의 모든 직선과 수직일 때 **직선 ℓ은 평면 α에 수직**이라고 말하고 $\ell \perp \alpha$와 같이 표시한다.



해보기 그림 9－11과 같이 연필을 책상우에 두 직삼각자에 맞대여 세웠다. ∠AOB에 다른 직삼각자를 대보아라. 틈이 생기는가?

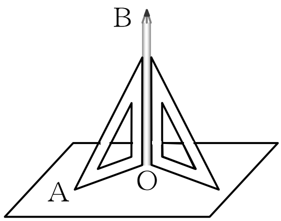
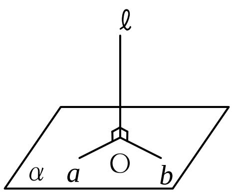


그림 9－11

직선과 평면의 수직조건

직선 ℓ이 평면 α와 점 O에서 사귀고 O를 지나는 α의 두 직선과 각각 수직이면 ℓ은 α에 수직이다.

즉 $\ell \perp a$, $\ell \perp b$이면 $\ell \perp \alpha$



문 제

1. 그림 9－12와 같이 직4각형종이를 둘로 꼭맞게 접었다가 평면에 세워놓았다. 이때 접은 자리 a는 α와 어떤 자리관계에 있는가?

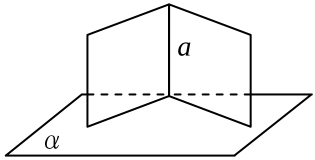


그림 9－12

2. 벽에 당반을 매기 위하여 벽에 두 막대기를 수직으로 박으려고 한다. 방바닥에서 1.5m 높이에 당반을 매려면 막대기를 박을 구멍위치는 어떻게 정하며 막대기는 어떻게 세워야 하는가?

찾기 평면 α밖의 한 점 A와 이 평면의 점을 맺을 때 어느 점과 맺는 선분이 가장 짧겠는가?(그림 9－13)

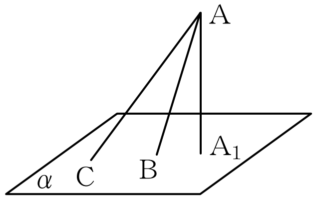


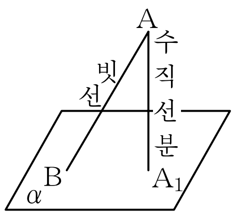
그림 9－13

점에서 평면까지의 거리

수직선분 AA_1의 길이를 **점 A에서 평면 α까지의 거리**라고 부르고

$$d(A,\ \alpha)$$

와 같이 표시한다.



점 A에서 평면 α에 수직이 아닌 직선 AB를 그었을 때 직선 AB를 **평면 α에 대한 빗선**이라고 부른다. 이때 선분 AB의 길이를 **빗선의 길이**라고 부를 때도 있다.(그림 9－14)

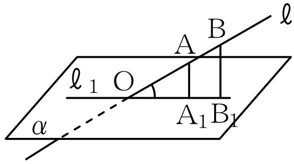


그림 9－14

평면 α밖의 한 점 A에서 α에 세운 수직선의 밑점 A_1을 **점 A를 평면 α에 비친 바른사영**이라고 부른다. 또한 점 A_1은 **점 A를 평면 α에 바로 사영하여 얻었다**고 말한다.

평면 α에 대한 빗선 ℓ이 있을 때 ℓ의 모든 점을 평면 α에 바로 사영하면 직선 ℓ의 바른사영인 직선 ℓ_1을 얻는다. 여기서 ℓ과 ℓ_1사이의 각을 **직선 ℓ과 평면 α가 이루는 각**이라고 부른다.

찾기 그림 9－15에서 수직선분 AB와 평면 α사이의 각, 수직선분 CD와 평면 β사이의 각을 그어라.

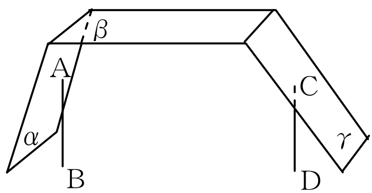


그림 9-15

직선 AB가 평면 α에 평행일 때 직선 AB의 점 A, B에서 평면α에 수직선분 AA_1, BB_1을 그으면 $AA_1=BB_1$이다. 이때 수직선분 AA_1의 길이를 **직선 AB와 평면 α사이의 거리**라고 부르고 d(AB, α)와 같이 표시한다.(그림 9－16)

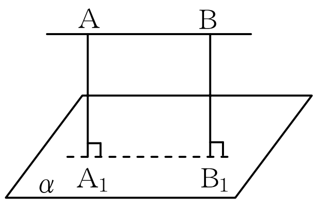


그림 9－16

문 제

1. 교실의 천정모서리로부터 교실바닥까지의 거리라고 할 때 어느 것을 말하는가?
2. 밤에 전등불밑에서 연필을 이렇게 저렇게 움직이면서 그 그림자를 살펴라.
   연필을 어떻게 놓을 때 책상우에 비친 그림자가 가장 길겠는가 짧겠는가?
   어느 그림자가 연필의 바른사영으로 되겠는가?
   연필과 책상면사이의 각은 어느 각인가?

3. 방안에서 연필이 바람벽면과 30° 또는 90°, 120° 되게 하여라.

4. 그림 9－17은 바른6면체이다. 직선 CB_1과 면 $A_1B_1C_1D_1$사이의 각은 얼마인가? 모서리 AA_1과 밑면우의 직선은 어떤 자리관계에 있는가? 몇도인가?

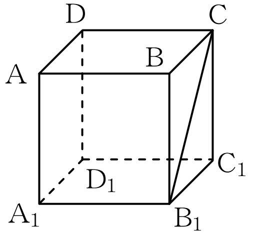


그림 9－17

4. 두 평면의 자리관계

알아보기 그림 9－18은 직6면체이다. 다음의 두 평면은 사귀겠는가?

1) 평면 ABCD와 평면 $A_1B_1C_1D_1$

2) 평면 ABCD와 평면 AA_1D_1D

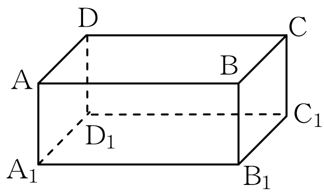
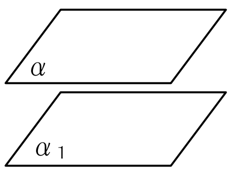


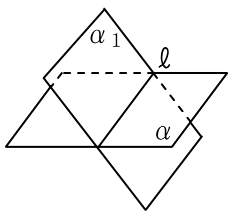
그림 9－18

교실안에서 천정과 사귀는 면들을 지적하여라.

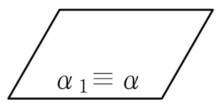
두 평면의 자리관계



사귀지 않는 경우
(평행인 경우 $\alpha /\!/ \alpha_1$)



사귀는 경우



일치하는 경우

알아보기 1. 두 평면이 한 점만을 공통으로 가지는 경우가 있을수 있는가?

2. 공간에서 두 평면이 평행도 아니고 사귀지도 않는 경우가 있겠는가?

두 평면 α_1, α_2의 사귐선 ℓ에 한 점 O를 잡고 그림 9－19와 같이 OA⊥ℓ, OB⊥ℓ인 직선 OA, OB를 각각 평면 α_1과 평면 α_2에 긋는다. 이때 ∠AOB의 크기를 **두 평면** α_1, α_2**사이의 각**이라고 부른다.

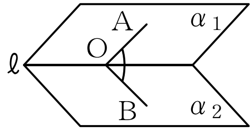


그림 9－19

문 제

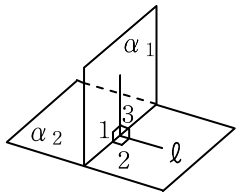
1. 교과서를 책상면과 30°를 이루게 놓아라.
2. 바람벽과 60°를 이루는 면을 만들어라.
3. 종이장을 아무렇게나 접되 두 면사이의 각이 45°, 150° 되게 접어라.

두 평면의 수직

두 평면 α_1과 α_2사이의 각이 90°일 때 α_1**과** α_2**는 서로 수직**이라고 말하고

$$\alpha_1 \perp \alpha_2$$

로 표시한다.



문 제

1. 그림 9－20에서 반직선 OA, OB사이의 각은 30°이고 $OO_1 \perp OA$, $OO_1 \perp OB$이다. 두 반직선 OA, OB를 선분 OO_1만큼 평행이동한것을 O_1A_1, O_1B_1이라고 할 때 $OO_1 \perp O_1A_1$, $OO_1 \perp O_1B_1$이라고 말할수 있는가? 이때 $\angle A_1O_1B_1$은 몇도이겠는가?

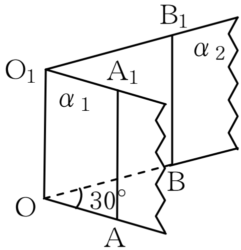


그림 9-20

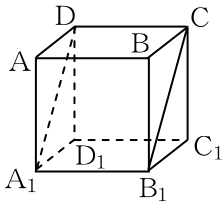


그림 9-21

2. 그림 9－21은 바른6면체이다. 면 $A_1B_1C_1D_1$과 면 A_1B_1CD사이의 각은 몇도이겠는가? 면 DA_1C_1와 밑면사이의 각은?

알아보기 그림 9－22에서 $\ell \perp \alpha_1$이다. 면 α_2는 늘 α_1에 수직이겠는가? 실지 직삼각자로 알아보아라.

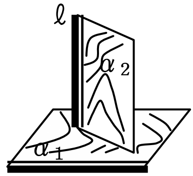
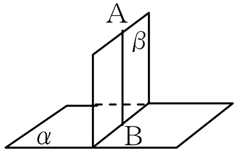


그림 9－22

두 평면의 수직조건

직선 AB⊥평면 α일 때 AB를 포함하는 평면 β는 α에 수직이다.



문 제

1. 교실문을 아무렇게나 열어놓아도 그 문은 교실 바닥에 수직이다. 왜 그런가?
2. 그림 9－23과 같이 드림선과 벽체의 모서리가 일치하였다면 벽체는 수직으로 섰다고 말할수 있겠는가?

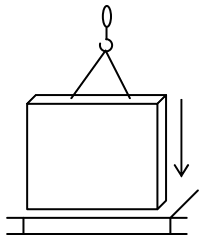


그림 9－23

수영장의 물의 깊이가 1m라는것은 자를 수영장의 바닥에 곧추 세웠을 때 물에 잠긴 길이가 1m라는것이다.(그림 9－24)

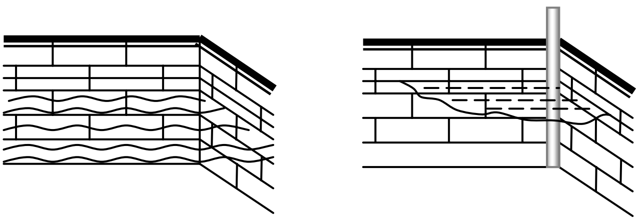


그림 9－24

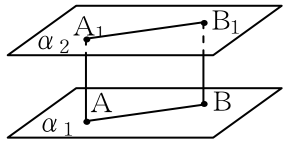
이때 자를 수영장의 다른데 곧추 세워도 잠긴 부분의 길이는 늘 1m이다.

두 평행평면사이의 거리

$\alpha_1 // \alpha_2$일 때 α_2의 점들에서 α_1에 수직선을 그으면 그 길이들은 모두 같다. 이 수직선의 길이를 **두 평행평면** α_1, α_2 **사이의 거리**라고 부르고

$$d(\alpha_1, \alpha_2)$$

로 표시한다.



문 제

교실에서 천정과 바닥사이의 거리는 벽의 어느 모서리의 길이라고 말할수 있는가?

련습문제

1. 그림 9－25와 같이 직4각형 ABCD를 절반 접어서 평면 α에 세워놓았다. 이때 평면 α와 직4각형 ABEF, FECD는 어떤 자리관계에 있겠는가?

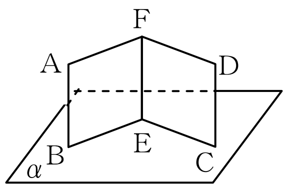


그림 9－25

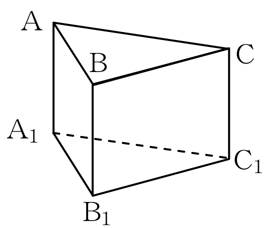


그림 9－26

2. 그림 9－26은 직6면체를 면 ACC_1A_1을 따라 절반으로 자른 한 부분을 보여주고있다.

1) 모서리 AB와 평행인 면, 사귀는 면들을 모두 말하여라.

2) 모서리 AA_1과 평행인 면, 수직인 면들을 모두 말하여라.

3) 면 AA_1B_1B와 수직인 면, 사귀는 면들을 모두 말하여라.

3. 그림 9－26에서 AB＝BC이면 직선 AB와 A_1C_1은 몇도로 어기겠는가?

4. 직6면체를 그림 9－27과 같이 한 평면 α로 잘랐을 때 생기는 4각형을 EFGH라고 하자. 이때 이 자름면과 각 면들사이의 각을 지적하여라.

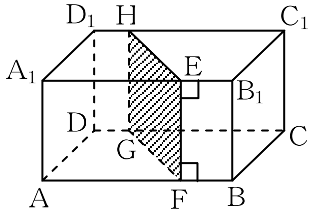
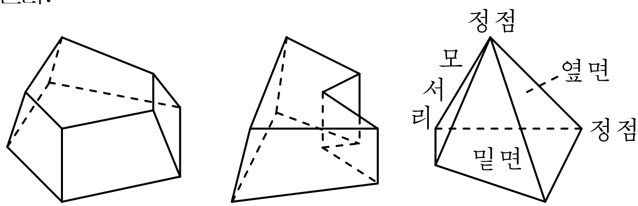


그림 9－27

제2절. 다면체

1. 다면체

걸면이 몇개의 다각형으로 둘러막힌 공간도형을 **다면체**라고 부른다.



다면체가운데서 면의 개수가 가장 적은것은 그림 9－28과 같이 면이 4개인것이다.

면의 개수가 4, 5, … , *n*인 다면체를 **4면체**, **5면체**, … , ***n*면체**라고 부른다.

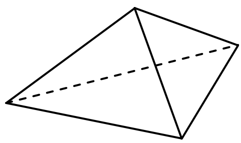


그림 9－28

찾기 1) 면들이 모두 합동인 바른3각형이고 매 정점에서 나가는 모서리수가 같은 다면체들을 찾아보아라.

2) 면들이 모두 합동인 바른4각형이고 매 정점에서 나가는 모서리수가 같은 다면체들을 찾아보아라.

면들이 모두 합동인 바른다각형들로 되여있고 매 정점에서 나가는 모서리의 개수가 같은 다면체를 **바른다면체**라고 부른다.

바른다면체에는 바른4면체, 바른6면체, 바른8면체, 바른12면체, 바른20면체만 있다.

그림 9－29의 ㄴ)에서와 같이 립체의 겉면을 한 평면에 펼쳐놓은것을 **펼친그림**이라고 부른다.

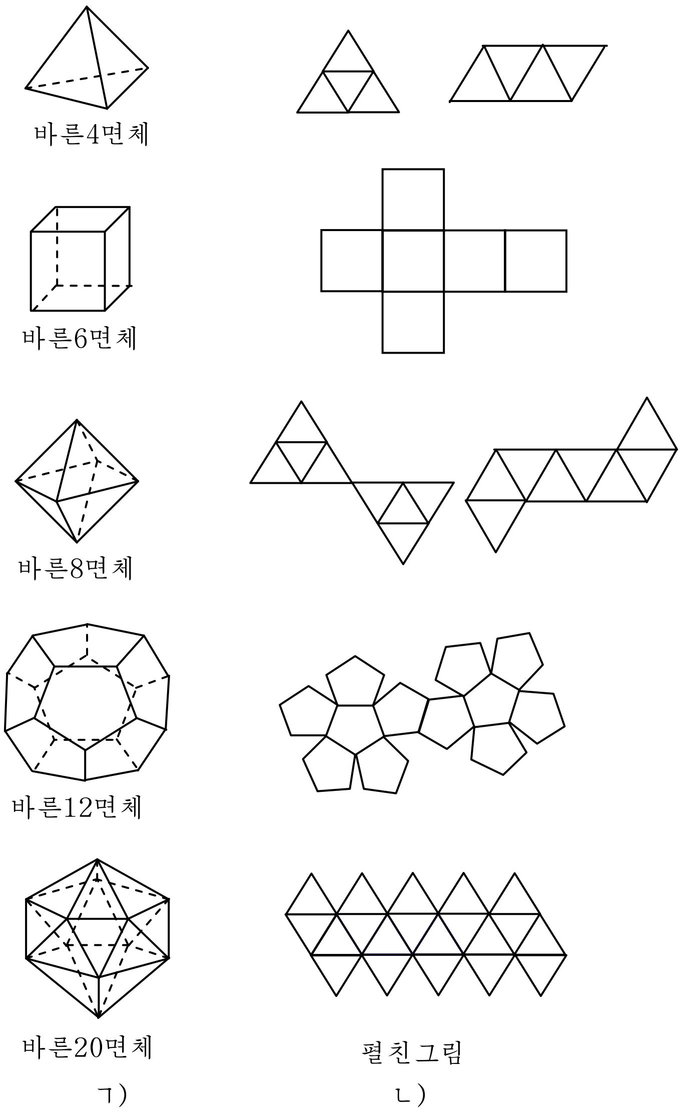


그림 9－29

바른다면체의 정점의 개수, 모서리의 개수, 면의 개수를 각각 m, n, p라고 하고 다음 표에 수를 써넣어라. 무엇을 알수 있는가?

	m	n	p	$m-n+p$
바른4면체				
바른6면체				
바른8면체				
바른12면체				
바른20면체				

아무런 다면체에서나 정점, 모서리, 면의 개수 m, n, p사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$m-n+p=2$$

$m-n+p$를 **다면체의 오일레르특성수**라고 부른다.

문 제

1. 바른4면체, 바른6면체, 바른8면체, 바른12면체, 바른20면체의 면을 이루는 바른다각형의 한 아낙각은 각각 몇도이겠는가?
2. 바른4면체, 바른8면체의 펼친그림을 다른 모양으로 그리고 다면체를 만들어라.
   1) 바른4면체에서 옆모서리와 밑면사이의 각을 표시하여라. 또 옆면과 밑면사이의 각은 어느것인가? 바른4면체의 높이의 밑점은 어느 점인가?
   2) 바른8면체에서 AC, BD, SS_1의 길이는 얼마인가?(그림 9-30) 4각형 ABCD, SBS_1D, SAS_1C는 어떤 4각형인가? 모서리 SA와 ABCD사이의 각, 면 SAB와 ABCD사이의 각, 린접한 두 면사이의 각은 어느것인가?

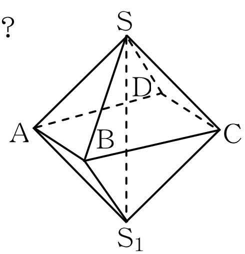


그림 9-30

3. 두꺼운 종이에 모서리가 5cm인 바른6면체, 바른8면체의 펼친그림을 그려라. 이것으로 바른6면체, 바른8면체를 만들어라.

2. 각기둥과 각뿔

알아보기 그림 9−31과 같이 다각형을 그것이 놓이는 평면과 사귀는 직선 ℓ에 평행되게 일정한 거리만큼 평행이동하여보아라.

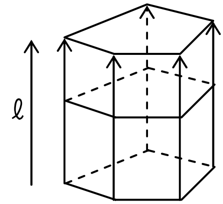
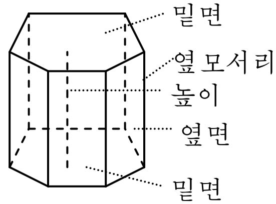


그림 9−31

각기둥과 그 요소들

두 면은 합동인 다각형이고 다른 면들은 평행4변형인 립체를 **각기둥**이라고 부른다.

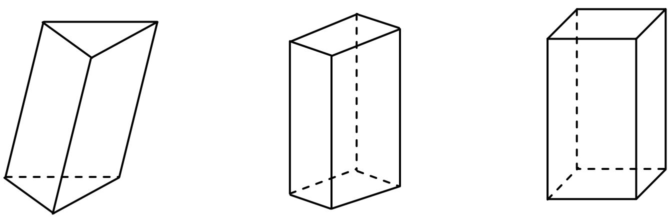
각기둥에서 두 밑면사이의 거리를 **각기둥의 높이**라고 부른다.



밑면이 3각형, 4각형, …인 각기둥을 **3각기둥**, **4각기둥**, … 이라고 부른다.

옆모서리가 밑면에 수직인 각기둥을 **직각기둥**, 수직이 아닌 각기둥을 **빗각기둥**이라고 부른다.

밑면이 바른다각형인 직각기둥을 **바른각기둥**이라고 부른다.(그림 9−32)



빗각기둥 직각기둥 바른각기둥

그림 9-32

문 제

1. 각기둥은 밑면을 그것과 사귀는 직선 AA_1방향으로 AA_1만큼 평행이동할 때 얻을수 있다. 각기둥을 밑면에 평행인 평면으로 자르면 그 자름면은 밑면과 합동이라고 말할수 있는가?(그림 9−33)

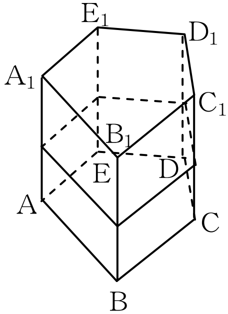


그림 9−33

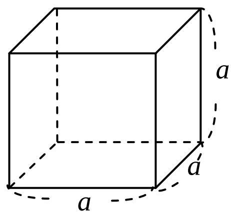


그림 9−34

2. 그림 9−34에서

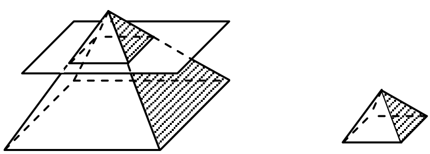
1) 바른4각기둥은 직6면체라고 말할수 있는가?

2) 각기둥의 옆면, 직각기둥의 옆면들은 어떻게 다른가?

3) 직6면체, 바른4각기둥, 바른6면체, 직4각기둥들은 서로 어떻게 다른가? 같은 점은 무엇인가?

3. 밑면이 합동인 다각형이고 옆면들이 합동인 직4각형인 다면체는 어떤 도형인가?

알아보기 그림 9−35의 ㄱ)와 같은 다면체모양의 물체가 있다. 정점부분을 잘라내여 떼여놓은것이 ㄴ)이다. 이와 같이 다면체의 한 정점부분을 평면으로 자르면 옆면들은 어떤 다각형이며 밑면은 어떤 다각형인가?

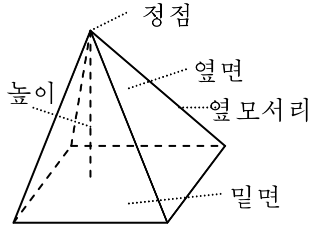


ㄱ) ㄴ)

그림 9−35

각뿔과 그 요소

한 면은 다각형이고 다른 면들은 한 정점에서 사귀는 3각형들로 된 다면체를 **각뿔**이라고 부른다.



밑면이 3각형, 4각형, … 인 각뿔을 **3각뿔**, **4각뿔**, … 이라고 부른다.

밑면이 바른다각형이고 옆면이 합동인 2등변3각형으로 된 각뿔을 **바른각뿔**이라고 부른다.

각뿔을 밑면에 평행인 평면으로 자르면 **자름면**이라고 부르는 면이 생긴다.

이때 자름면은 각뿔의 밑면의 줄인 도형이다.

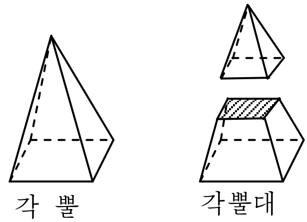
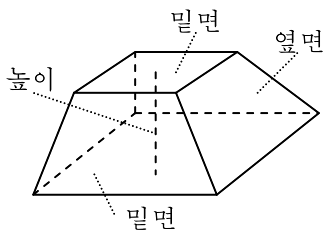


그림 9－36

각뿔에서 밑면에 평행인 평면으로 잘라서 정점이 있는 부분을 버린 나머지 부분을 **각뿔대**라고 부른다.

바른각뿔에서 얻어진 각뿔대를 **바른각뿔대**라고 부른다.



문 제

각뿔대, 바른각뿔대의 옆면은 어떤 4각형인가?

련습문제

1. 밑면이 한 변이 3cm인 바른4각형이고 옆모서리가 4cm인 바른4각뿔이 있다. 이 바른4각뿔의 펼친그림을 그리고 다면체를 만들어라.

2. 펼친그림이 그림 9－37과 같은 각뿔은 바른각뿔인가?

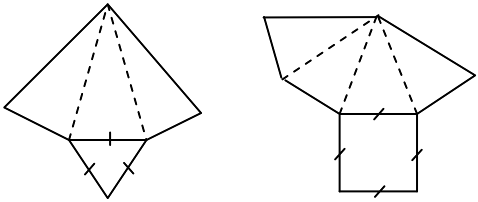


그림 9－37

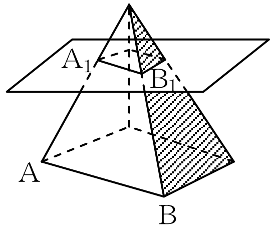


그림 9－38

3. 각뿔을 밑면에 평행인 평면으로 잘랐을 때 자름면이 모서리를 1:2의 비로 나누면 밑면과 자름면의 대응하는 한 변 AB와 A_1B_1의 비는 얼마인가?(그림 9－38)

제3절. 회전체

1. 원기둥과 원뿔

해보기 1. 그림 9－39의 ㄱ)와 같은 직4각형 ABCD를 ℓ을 축으로 하여 공간에서 1바퀴 돌려보아라.

2. 이때 생긴 도형을 ℓ을 지나는 평면으로, ℓ에 수직인 평면으로, ℓ에 수직이 아닌 평면으로 잘라보아라.(그림 9－39의 ㄷ))

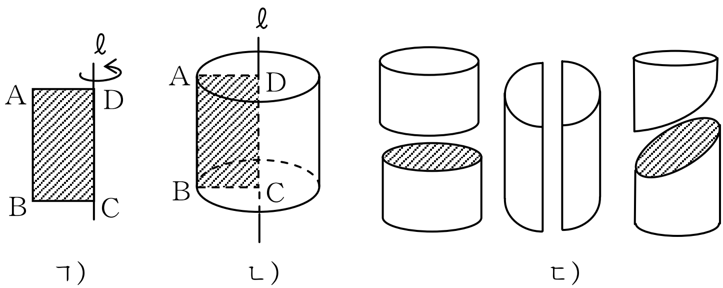
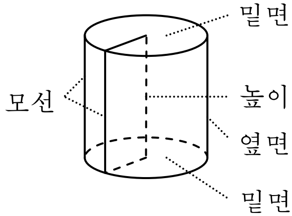


그림 9－39

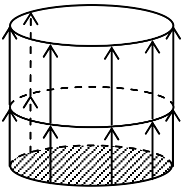
원기둥과 그 요소들

직4각형의 한 변을 축으로 하여 그것을 1바퀴 돌릴 때 생기는 립체를 **원기둥**이라고 부른다. 원기둥의 두 밑면은 합동인 원이다.

원기둥의 두 밑면사이의 거리를 **높이**라고 부른다. 원기둥에서 모선의 길이는 높이와 같다.



원기둥은 원을 그가 놓인 평면에 수직인 방향으로 일정한 거리만큼 평행이동하여 얻은 기둥이라고도 말할수 있다.(그림 9－40)


그림 9－40

해보기 1. 그림 9－41의 ㄱ)와 같은 직3각형 ABC를 ℓ을 축으로 하여 공간에서 1바퀴 돌려보아라.

2. 이때 생긴 립체를 ℓ을 지나는 평면으로, 밑면을 지나지 않으면서 ℓ에 수직이 아닌 평면으로, ℓ에 수직인 평면으로 잘라보아라.(그림 9－41의 ㄷ)) 어떤 도형이 생기는가?

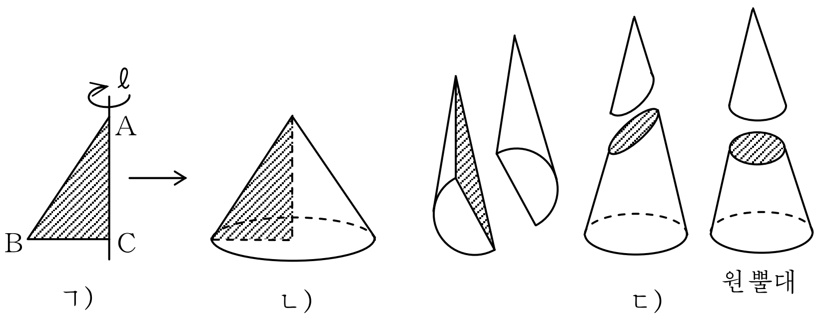


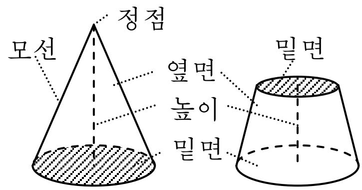
그림 9－41

원뿔과 원뿔대, 그 요소들

직3각형의 한 직각변을 축으로 하여 1바퀴 돌릴 때 생기는 립체를 **원뿔**이라고 부른다.

원뿔의 정점에서 밑면까지의 거리를 **원뿔의 높이**라고 부른다.

원뿔을 밑면에 평행인 평면으로 자를 때 생긴 밑부분의 립체를 **원뿔대**라고 부른다. 두 밑면사이의 거리를 **원뿔대의 높이**라고 부른다.



문 제

1. 원기둥의 모든 모선들은 평행이겠는가?

2. 원뿔대에서 웃밑면은 아래밑면의 줄인 도형이라고 말할수 있는가?

3. 원뿔의 밑면의 반경이 3cm, 모선이 6cm일 때 펼친그림을 그려라.

4. 원뿔에서 밑면에 평행인 평면이 모선을 1:2로 나눌 때 생기는 원뿔대의 두 밑면의 면적의 비를 구하여라.

2. 구

해보기 1. 그림 9−42와 같은 반원을 ℓ을 축으로 하여 공간에서 1바퀴 돌려보아라. 이때 반원이 1바퀴 돌면서 어떤 공간도형을 만드는가?
반원둘레는 돌면서 어떤것을 만드는가?

2. 이때 생긴 도형을 O를 지나는 평면으로, O를 지나지 않는 평면으로 잘라보아라. 어떤 도형이 생기는가?

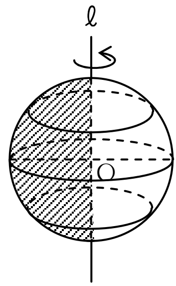
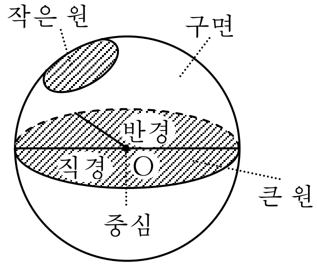


그림 9−42

구와 그 요소들

직경을 축으로 하여 반원을 1바퀴 돌릴 때 반원이 그리는 립체를 **구**, 반원 둘레가 그리는 면을 **구면**이라고 부른다.

중심을 지나는 평면으로 구를 자르면 **반구**라고 부르는 꼭같은 두 부분으로 갈라진다.



알아보기 구 O의 중심을 지나는 직선에 수직인 평면 α가 있다. 구 O를 OO_1의 화살방향으로 이동한다면 평면 α와 구 O의 자리관계는 어떤 경우들이 있는가?

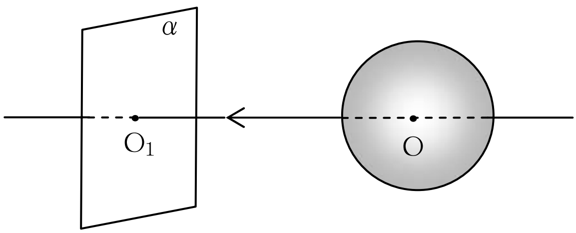
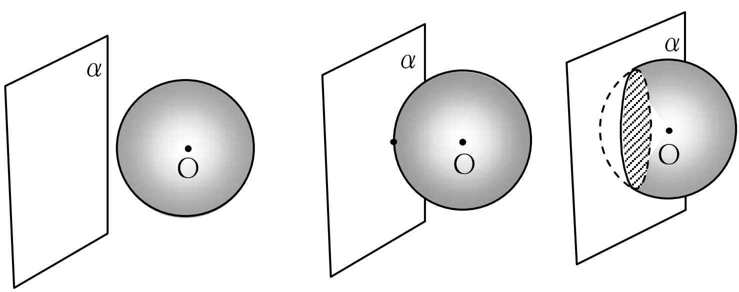


그림 9－43

평면과 구의 자리관계



ㄱ) 떨어져있다　　ㄴ) 접한다　　ㄷ) 사귄다

구의 한 점에 접해있는 평면을 구의 **접평면**, 그 점을 **접점**이라고 부른다.

알아보기 반경이 다른 2개의 구 O와 O_1이 서로 떨어져있다. 그림 9－44에서와 같이 구 O_1을 화살방향으로 이동하여가면 이 두 구의 자리관계는 어떤 경우들이 있을수 있는가?

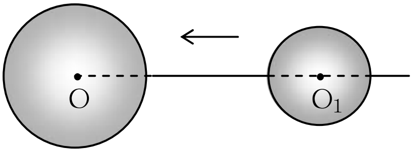
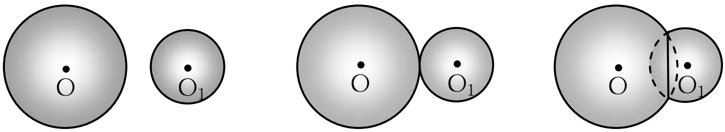


그림 9－44

두 구의 자리관계



ㄱ) 떨어져있다　　ㄴ) 외접한다　　ㄷ) 사귄다



ㄹ) 내접한다　　ㅁ) 안에 들어있다

문 제

반경이 각각 r, r_1인 두 구 O, O_1이 있다. 두 구의 자리관계에 따르는 $d(O, O_1)$(두 구의 중심사이의 거리), r, r_1사이의 관계를 말하여라.

련습문제

1. 원뿔, 원뿔대, 구의 요소들을 비교하여라.
2. 한 변의 길이가 1dm인 바른6면체안에 반경이 0.4dm인 구가 들어갈수 있겠는가? 또 반경이 0.6dm인 구는 어떤가?(그림 9－45)

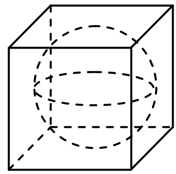


그림 9-45

제4절. 립체의 겉면적과 체적

1. 각기둥, 원기둥의 겉면적과 체적

알아보기 그림 9－46은 직6면체의 펼친그림이다.

1) 이 직6면체의 옆면적(모든 옆면의 면적의 합)을 구하여라.

2) 이 직6면체의 겉면적은 무엇과 같은가?

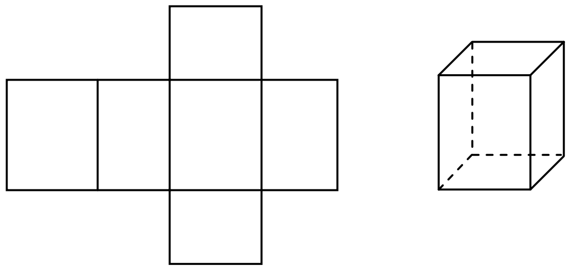


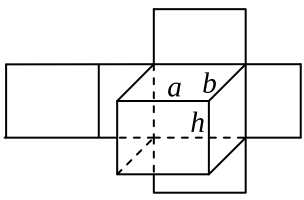
그림 9－46

직6면체의 옆면적과 겉면적

직6면체에서 옆면적 $S_{옆}$과 겉면적 $S_{겉}$은

$$S_{옆}=(2a+2b)h$$

$$S_{겉}=(2a+2b)h+2ab$$



각기둥의 열면적을 구하려면 각기둥의 열면의 펼친그림의 면적을 구하면 된다.

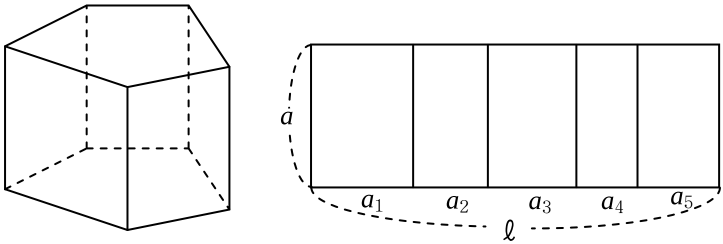


그림 9−47

$$S_{열}=a\ell \quad (\ell=a_1+a_2+\cdots+a_5)$$

각기둥의 겉면적은 각기둥의 열면적과 두 밑면의 면적을 합하면 된다.

문 제

1. 다음과 같은 직6면체에서 $S_{열}$, $S_{겉}$을 구하여라.

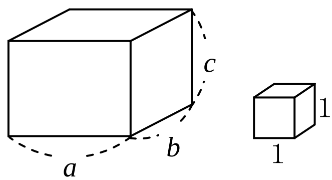
a	b	h
2.3cm	13.5cm	25cm
2.7cm	29cm	360mm

2. 옆모서리의 길이가 2cm인 바른8각기둥이 있다. 밑면의 한 변의 길이가 1cm일 때 이 바른8각기둥의 열면적을 구하여라.

직6면체의 체적

가로, 세로, 높이가 각각 a, b, c인 직6면체의 체적을 V로 표시하면

$$V=abc$$



문 제

1. 가로가 3.9cm, 세로가 4.2cm, 높이가 4.1cm인 직6면체의 겉면적과 체적을 구하여라. 매 모서리를 2배로 늘구면, $\frac{1}{2}$배로 줄이면 겉면적과 체적은 어떻게 변하는가?

2. 가로가 0.7m, 세로가 450cm, 높이가 6.5dm인 직6면체가 있다.

1) 체적을 구하여라.(단위 cm^3)

2) 단위를 m^3가 되게 고쳐라.

3) 단위를 dm^3가 되게 고쳐라.

3. 직경이 30cm이고 길이가 4m인 통나무에서 나올 수 있는 가장 큰 바른4각기둥의 체적을 구하여라.(그림 9－48)

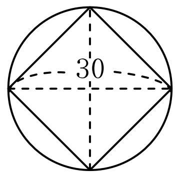
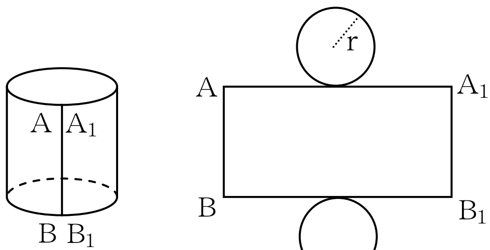


그림 9-48

알아보기 그림 9－49의 원기둥 ㄱ)를 ㄴ)와 같이 평면에 펼쳐 놓았다.



ㄱ) ㄴ)

그림 9－49

1) 이때 옆면의 펼친그림 ABB_1A_1은 무슨 4각형인가?

2) 밑면의 반경이 r일 때 변 AA_1의 길이는 얼마이겠는가?

3) 원기둥의 높이가 h일 때 옆면의 면적 $S_{\text{옆}}$은 얼마이겠는가?

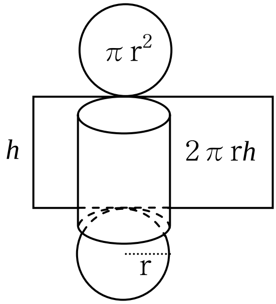
4) 원기둥의 겉면적 $S_{\text{겉}}$은 얼마이겠는가?

원기둥의 겉면적

$S_{옆} = 2\pi r h$

$S_{겉} = 2\pi r h + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + r)$



문 제

1. 밑면의 반경이 2cm, 모선이 5cm인 원기둥이 있다.

1) 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.

2) 옆면의 펼친그림에서 가로와 세로는 얼마인가?

3) 옆면적과 겉면적을 구하여라.

2. 다음과 같은 경우에 원기둥의 $S_{옆}$과 $S_{겉}$을 구하여라.

1) $r = 4$cm, $h = 10$cm　　　2) $r = 78$mm, $h = 140$mm

3) $r = 23.4$cm, $h = 3.3$dm　　　4) $r = 25$mm, $h = 3500$mm

3. 원기둥의 옆면의 펼친그림에서 가로는 37.68cm, 세로는 3cm이다.

1) 원기둥의 밑면의 반경을 구하여라.

2) 원기둥의 $S_{옆}$과 $S_{겉}$을 구하여라.

4. 다음것을 구하여라.

1) $S_{옆} = 2600\text{cm}^2$, $h = 102$cm, $r = ?$

2) $S_{겉} = 4.27\text{dm}^2$, $r = 42$mm, $h = ?$

해보기 밑면적과 높이가 각각 같은 직6면체, 각기둥, 원기둥 모양의 그릇이 있다. 직6면체그릇의 물을 각기둥, 원기둥에 넣어보아라. 꼭 차는가?

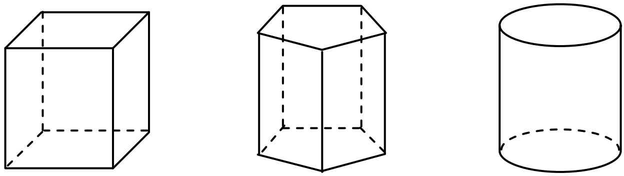


그림 9-50

각기둥과 원기둥의 체적

밑면적이 S, 높이가 h인 각기둥과 원기둥의 체적 V는

$$V=Sh$$

밑면의 반경이 r, 높이가 h인 원기둥의 체적 V는

$$V=\pi r^2 h$$

문 제

1. 밑면의 반경이 10cm이고 높이가 20cm인 원기둥모양의 통의 체적은 얼마이겠는가?
2. 그림 9－51과 같은 원기둥의 체적을 구하여라.(단위는 cm)

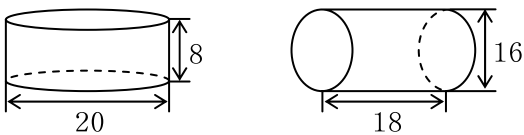


그림 9－51

3. 그림 9－52와 같이 구멍이 뚫린 원기둥모양의 립체가 있다. 밑면의 바깥원의 반경은 10cm, 아낙원의 반경은 5cm, 높이는 25cm이다. 이 립체의 체적을 구하여라.
4. 양철판으로 원기둥과 바른4각기둥을 만드는데 그 높이와 체적들이 같게 하였다. 어느것이 양철판을 많이 썼겠는가?

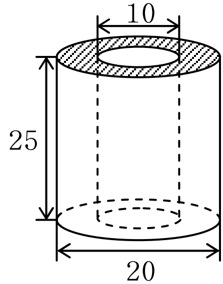


그림 9－52

5. 원기둥의 밑면의 면적은 5.6cm^{2}이고 체적은 16.8cm^{3}이다. 원기둥의 높이를 구하여라.

2. 각뿔, 원뿔의 겉면적과 체적

알아보기 그림 9－53은 밑면의 한 변의 길이가 a, 옆면의 높이가 h인 바른4각뿔이다.

1) 옆면적 $S_{옆}$은 얼마인가?

2) 겉면적 $S_{겉}$은 무엇과 같은가?

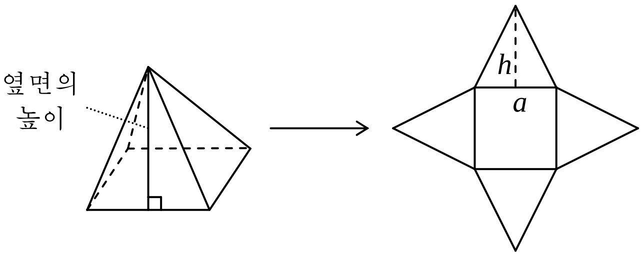


그림 9－53

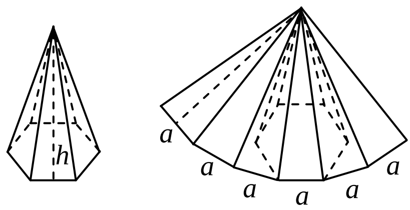
바른각뿔의 옆면적

밑면의 한 변의 길이가 a이고 옆면의 높이가 h인 바른 n각뿔의 옆면적 $S_{옆}$은

$$S_{옆}=\frac{1}{2}ahn$$

바른4각뿔의 겉면적 $S_{겉}$은

$$S_{겉}=2a\left(h+\frac{a}{2}\right)$$



문 제

1. 밑면의 한 변이 6cm이고 옆면의 높이가 5cm인 바른3각뿔, 바른4각뿔이 있다. 펼친그림을 $\frac{1}{2}$로 줄여서 그리고 줄인 도형의 옆면적을 구하여라.

2. 밀면의 한 변의 길이 a와 옆면의 높이 h가 다음과 같을 때 바른 3각뿔, 바른4각뿔, 바른6각뿔의 옆면적을 구하여라.

a	h
23cm	25cm
$2\frac{1}{3}$cm	$70\frac{4}{5}$mm
21.7mm	0.12m

알아보기 모선의 길이가 7cm, 밀면의 반경이 3cm인 원뿔과 그 옆면의 펼친그림이 있다.(그림 9－54)

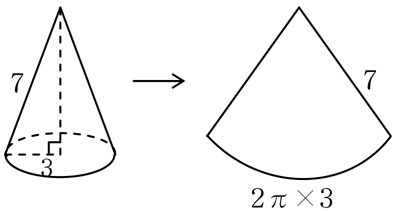


그림 9－54

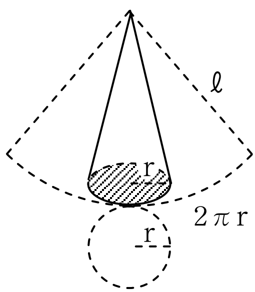
1. 옆면의 펼친그림은 어떤 도형인가?
2. 원뿔의 옆면적을 구하여라.
3. 원뿔의 겉면적은 무엇과 같은가?

원뿔의 겉면적

반경이 r이고 모선의 길이가 ℓ인 원뿔의 옆면적 $S_{옆}$과 겉면적 $S_{겉}$은

$$S_{옆}=\frac{\ell\times2\pi r}{2}=\pi r\ell$$

$$S_{겉}=\pi r\ell+\pi r^2=\pi r(\ell+r)$$



문 제

1. 다음과 같은 원뿔에서 $S_{옆}$, $S_{겉}$을 구하여라.(그림 9−55)

r	ℓ
13.3cm	21cm
2.5dm	27cm
$40\frac{1}{3}$cm	51.3cm
$2\frac{7}{3}$dm	$20\frac{3}{8}$mm

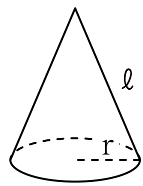


그림 9−55

2. 두 직각변이 3cm, 4cm인 직3각형을 길이가 4cm인 직각변을 축으로 돌렸을 때 생기는 원뿔의 옆면적, 겉면적을 구하여라. 또 3cm인 직각변을 축으로 돌렸을 때 생기는 원뿔의 옆면적, 겉면적을 구하여라.
3. 원뿔의 옆면을 펼쳐서 부채형을 만들었다. 부채형의 반경은 8cm, 활등의 길이는 37.8cm이다.
   1) 원뿔의 밑면의 반경을 구하여라.
   2) 원뿔의 옆면적과 겉면적을 구하여라.

해보기 밑면적과 높이가 각각 같은 원기둥, 각뿔, 원뿔모양의 그릇이 있다.
1) 원뿔그릇에 가득 채운 물을 원기둥그릇에 3번 부어보아라. 가득 차는가?
2) 각뿔그릇의 물은 원기둥의 물의 몇분의 1인가?

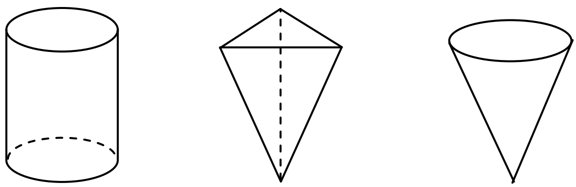


그림 9-56

각뿔과 원뿔의 체적

밑면적이 S, 높이가 h인 각뿔과 원뿔의 체적 V는

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

밑면의 반경이 r이고 높이가 h인 원뿔의 체적 V는

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

문 제

1. 밑면의 한 변이 8cm이고 높이가 10cm인 바른4각뿔이 있다. 펼친그림을 $\frac{1}{2}$로 줄였을 때 이 바른4각뿔의 체적을 구하여라.
2. 밑면의 한 변의 길이 a와 높이 h가 표와 같을 때 바른4각뿔의 체적을 구하여라.

a	h
25cm	30cm
$3\frac{1}{2}$cm	$50\frac{4}{5}$mm
25.8mm	8.32m

3. 다음과 같은 원뿔에서 체적을 구하여라. 여기서 r, h는 각각 원뿔의 밑면의 반경, 높이이다.

r	h	r	h
13.3cm	21cm	2.3cm	2.38cm
2.5dm	27cm	0.25dm	2.7cm
$\frac{11}{3}$cm	6.9cm	$\frac{23}{3}$cm	12.8cm

4. 높이가 6cm, 체적이 25.12cm^3인 원뿔의 밑면적, 반경을 구하여라.

3. 구의 겉면적과 체적

해보기 반경이 r인 구와 밑면의 반경이 r인 원기둥모양의 그릇이 있다. 물을 가득 채운 그릇에 반경이 r인 구를 넣자. 이때 넘어나는 물을 밑면의 반경이 r인 원기둥모양의 그릇에 넣어라.(그림 9－57)

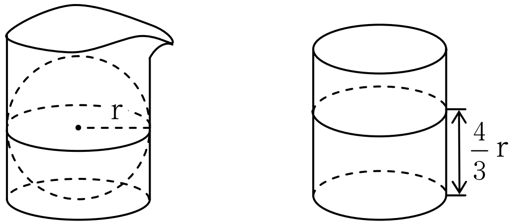


그림 9－57

1. 원기둥에 담긴 물의 높이를 알아보아라.
2. 원기둥에 담긴 물의 체적을 가지고 구의 체적을 구해보아라.

구의 체적

반경이 r인 구의 체적 V는 밑면의 반경이 r이고 높이가 $\frac{4}{3}$r인 원기둥의 체적과 같다.

$$V=\pi r^2\times\frac{4}{3}r=\frac{4}{3}\pi r^3$$

문 제

1. 반경이 3r인 구의 체적은 반경이 r인 구의 체적의 몇배인가?

2. 지구의 반경은 6 378km이다. 지구의 체적을 구하여라.

3. 그림 9－58과 같이 원기둥의 량끝에 반구들이 붙어있다. 이 립체의 체적을 구하여라.(단위는 cm)

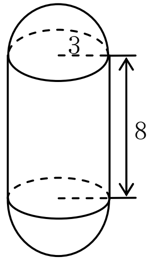


그림 9－58

해보기 반경이 5cm인 반구에 굵기가 같은 가는 줄을 그림과 같이 감았다.

다음 이 줄을 꼭같게 둘로 나누어 평면에 그림과 같이 두 원판이 되게 감았다.

1) 이 원판들의 반경을 구의 반경과 비교하여라.

2) 이 두 원판의 면적의 합과 반구의 옆면의 면적 $S_{옆}$이 같겠는가? $S_{옆}$을 구하여라.

3) 구의 겉면적(구면의 면적)은 반구의 옆면적의 몇배인가? 구면의 면적은 πr^2의 몇배인가?

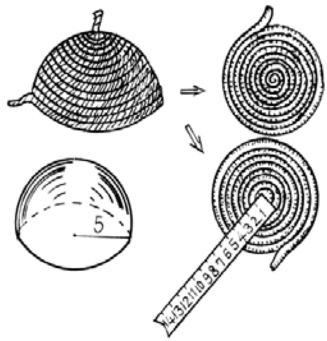


그림 9-59

구의 겉면적

반경이 r인 구면의 면적 S는

$$S=4\pi r^2$$

문 제

1. 1) 반경이 1m인 기구(큰 고무풍선)의 겉면적은 얼마인가?
   2) 구면의 면적은 그 구의 큰 원의 면적의 몇배인가?
2. 반경이 5cm인 구의 중심에서 3cm 떨어진 자름면의 면적을 구하여라.(그림 9—60)
3. 반경이 2r인 구의 겉면적은 반경이 r인 구의 겉면적의 몇배인가?
4. 지구의 반경은 6 378km이다. 지구겉면의 면적은 얼마인가?

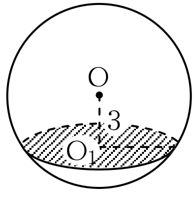


그림 9—60

련습문제

1. 각기둥과 원기둥의 요소들을 비교하여라.

2. 밑면의 한 변의 길이가 a이고 옆면의 높이가 h인 바른n각기둥의 옆면적공식을 만들어보아라. 그리고 원기둥의 옆면적공식과 비교하여라.

3. 그림 9－61과 같은 원기둥에서

1) 밑면의 반경과 모선의 길이를 구하여라.

2) 옆면적과 겉면적을 구하여라.

3) 체적을 구하여라.

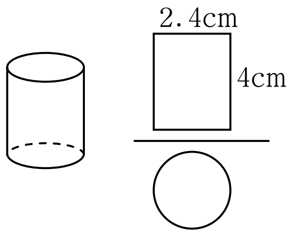


그림 9－61

4. 옆면의 펼친그림이 그림 9－62와 같은 각기둥이 있다.

1) 옆면적을 구하여라.

2) 그림과 같은 펼친그림을 가지는 각기둥은 한가지로 정해진다고 말할수 있는가? 그림과 같은 펼친그림으로 각기둥의 겉면적, 체적을 구할수 있는가?

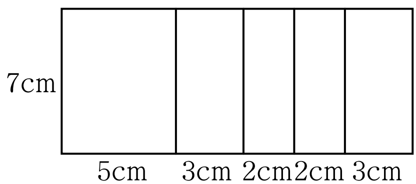


그림 9－62

5. 밑면의 한 변이 5cm이고 옆면의 높이가 8cm인 바른4각뿔이 있다. 이 바른4각뿔의 겉면적을 구하여라.

6. 그림 9－63과 같은 3각뿔에서 $\angle ASB = \angle BSC = \angle CSA = 90°$이고 $SA = SB = SC = 4$cm이다.

1) 옆면적을 구하여라.

2) 옆모서리 SC는 옆면 SAB에 수직이겠는가?

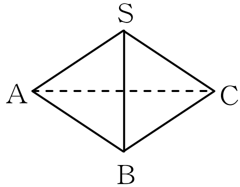


그림 9-63

7. 밑면의 반경이 9cm, 길이가 1m인 원기둥모양의 철덩어리를 녹여 반경이 5cm인 구를 만들려면 몇개나 만들수 있겠는가?

복습문제

1. 그림 9－64와 같은 직6면체에서

1) 평행인 직선들

2) 사귀는 직선들

3) 어기는 직선들

4) 평행인 평면들

5) 수직인 평면들을 찾아보아라.

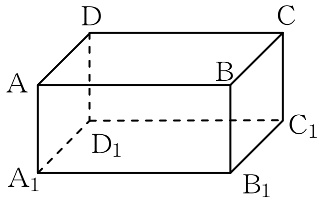


그림 9－64

2. 그림 9－64와 같은 직6면체에서

1) 두 정점을 맺는 선분은 몇개인가?

2) 한 면에 놓이지 않는 두 정점을 맺는 선분을 **다면체의 대각선**이라고 부른다. 대각선은 모두 몇개인가?

3. 걸그림대를 그림 9－65와 같이 만들려고 한다. 대 MN이 교실바닥에 수직되게 하려면 MN이 AB, CD와 각각 어떤 각을 이루게 하면 되겠는가?
연필을 책상면에 수직으로 세우려면 어떻게 해야 하는가?

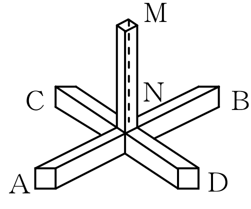


그림 9－65

4. 책상면과 30°, 45°, 60°, 90°, 120°를 이루는 평면들을 만들어라.

5. 다음 □안에 알맞는것을 써넣어라.

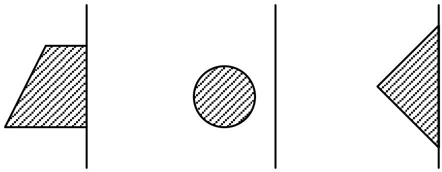
1) 두 면이 서로 합동인 다각형이고 나머지면들은 □인 립체를 각기둥이라고 부른다.

2) 바른각기둥이란 밑면이 □인 직각기둥을 말한다.

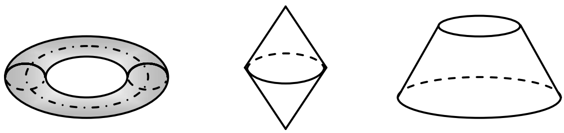
3) 바른각뿔의 밑면은 □이고 옆면들은 □인 2등변3각형이다.

4) 바른각뿔대의 옆면들은 □인 □이다.

6. 그림 9－66의 ㄱ)와 같은 도형 F를 축 ℓ주위로 돌렸을 때 생기는 회전체는 어떤 모양을 하고있는가? 그 도형들을 그림 ㄴ)에서 찾아보아라.



ㄱ)



ㄴ)

그림 9－66

7. 직6면체의 모서리의 길이는 2cm, 3cm, 5cm이다. 각모서리의 길이들을 2배, 3배로 할 때 겉면적, 체적들은 몇배로 변하겠는가?

8. 직6면체의 세 모서리 a, b, c가 다음과 같을 때 그 겉면적, 체적을 구하여라.(단위는 cm)

	a	b	c	겉면적	체적
1	6	4	5		
2	8	3	5		
3	10	3	4		
4	12	2	5		
5	15	2	4		
6	20	2	3		

9. 직6면체의 세 면의 면적은 각각 120cm^2, 96cm^2, 80cm^{2}이다. 세 모서리의 길이는 각각 얼마인가?

10. 그림 9－67과 같이 두 변이 3cm, 5cm인 직4각형이 있다. 변 AB를 축으로 하였을 때와 BC를 축으로 하였을 때의 회전체의 겉면적과 체적을 비교하여라.

11. 그림 9－68과 같이 가로, 세로, 높이가 각각 7cm, 7cm, 21cm인 각기둥에 밑면의 반경이 2cm인 원기둥모양의 구멍이 뚫어졌다. 이 립체의 체적을 구하여라.

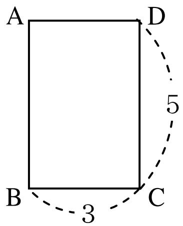


그림 9-67

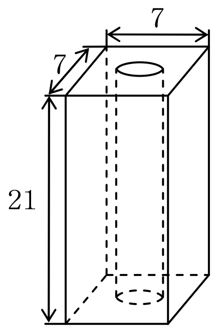


그림 9－68

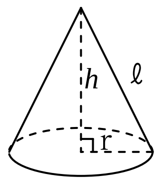


그림 9－69

12. 그림 9－69와 같은 원뿔이 있다. 그림을 보고 □안에 알맞는 식을 써넣어라.

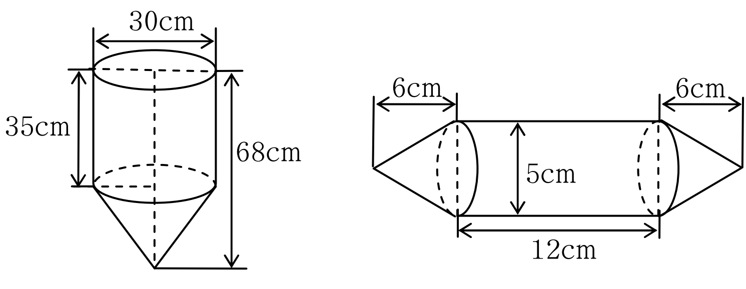
1) 원뿔의 옆면적은

$$S_{옆}=2\pi r\times\square\times\frac{1}{\square}=\pi r \ell$$

2) 원뿔의 체적은

$$V=\pi r^2\times\square\times\frac{1}{\square}=\frac{1}{3}\pi\square h$$

13. 그림 9－70과 같은 립체의 체적을 구하여라.



ㄱ) ㄴ)

그림 9－70

14. 빳빳한 마분지로 원뿔과 원기둥을 만들되 그 밑면의 반경들이 서로 같고 높이들도 서로 같게 하자. 원기둥과 원뿔의 한 밑면이 없게 먼저 펼친그림을 그려라.

1) 원뿔에 모래를 수평으로 채워 원기둥에 쏟아라.
몇번 넣어서 원기둥에 수평으로 차겠는가?

2) 원뿔의 밑면의 반경과 높이를 2배로 늘여 큰 원뿔을 만들면 작은 원뿔로 몇번 넣어서 큰 원뿔에 차겠는가? 3배로 늘인다면?

3) 큰 원뿔의 겉면적은 작은 원뿔의 겉면적의 몇배이겠는가?
5배, 8배, …, n배로 반경과 높이를 늘인 경우는?

15. 어떤 3각뿔의 펼친그림이 바른4각형으로 되였다.(그림 9－71)

1) 이 바른4각형에 면들이 꺾인선들을 점선으로 그려 펼친그림을 완성하여라.

2) 펼친그림을 빳빳한 마분지에 그리고 3각뿔을 만들어라.

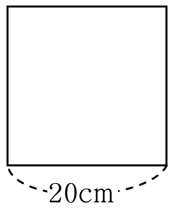


그림 9-71

16. 그림 9－72와 같이 원기둥에 반구가 붙어있는 립체가 있다. 이 립체의 겉면적과 체적을 구하여라.(단위는 cm)

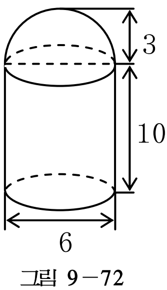


그림 9－72

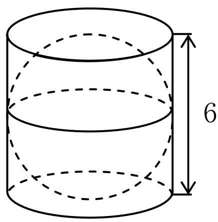


그림 9－73

17. 그림 9－73과 같이 원기둥안에 반경이 3cm인 구가 들어있다.(접하였다.) 이때 원기둥의 옆면적과 구의 겉면적을 비교하여라.

복습문제의 답

제1장

1. 1) 1.5 2) 0.(3) 3) 0.8(3) 4) 1.(81) **2.** 200그루, 250그루 **3.** 84페지, 24페지, **4.** 17.5kg **5.** 1:2:3:4:5 **6.** 112.5, 100, $109\frac{3}{8}$, $117\frac{3}{16}$ **7.** 1) 8, 2) 13, 3) $4\frac{8}{13}$ **8.** $s=vt$ 1) $s=10t$, 2) $s=5v$ **9.** 1) 속도를 v라고 하면 $s=vt$ 비례결수 v 2) 비례하지 않음 **10.** $\frac{4}{3}$ **11.** 비례하는것 1), 4) 거꿀비례하는것 3), 5) **12.** 37.5m **13.** 1) (5, −3) 2) (−3, 6) 3) (1, −3), (−1, 3) **14.** 16 **15.** 정수일 때 1, 3사분구, 부수일 때 2, 4사분구

제2장

1. 1) ② 9 2) ② $\frac{1}{5}$ **2.** $y=\frac{1}{5}x$ **3.** 비례결수 $a=-3$, $y=-3x+8$ **4.** $(-1,\ \frac{3}{2})$, (0.5, 2.25) **5.** 1) 2 2) $\frac{2}{3}$ 3) 4 **6.** 1) $x>6$ 2) $x\leqslant-\frac{2}{3}$ **7.** 1) −5 2) 4 **8.** 1) $x<3$ 2) $x>3$ **9.** $y=0.5x+5$

제3장

3. 1) AC＜AO＋OC 2) AO＋OC＝AB 3) AC＜AB **4.** 120° **5.** 10cm **6.** 100° **7.** 36cm **8.** 바른4각형 **9.** $x=4$cm **11.** 바른3각형 **13.** 1) 3cm 2) 3cm

제4장

2. 1) ③ $a=-1$, $b=2$ 2) ② $a=6$, $b=-0.5$ **3.** 1) (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1) 2) (1, 27), (2, 22), (3, 17), (4, 12), (5, 7), (6, 2)

3) (1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1) 4) (1, 10), (3, 7), (5, 4), (7, 1) **4.** 1) (28, 1) 2) (1, 2) 3) (1, −4) **5.** $a=1$, $b=2$

6. 1) (−5, −3) 2) (6, −9) **7.** 1) $\left(1,\ -\frac{1}{3},\ 2\right)$ 2) (4, 3, 2)

8. 배의 속도 1시간에 10km, 강물의 속도 1시간에 3km **9.** $\frac{25}{23}$

10. $\left(\frac{26}{35},\ \frac{58}{35}\right)$ **11.** $\frac{3}{7}$ **12.** 석 78g, 연 42g **13.** $6cm^2$, $8cm^2$, $12cm^2$

제5장

1. 약 $3.24m^2$ **2.** $256cm^2$ **3.** $1.4m^2$ **4.** 1) $288cm^2$ 2) $250cm^2$ 3) $1m^2$ **5.** $9cm^2$ **6.** $180cm^2$ **7.** $20cm^2$ **8.** $840cm^2$ **10.** 평행4변형 **11.** 90° **12.** 1) 62.8cm 2) 94.2cm 3) 12.56m **13.** $8.82cm^2$ **14.** 1) 약 16cm 2) 약 4cm 3) 7cm **15.** 12.56cm **16.** 1) $314cm^2$ 2) $78.5m^2$ 3) $1\ 256cm^2$ **17.** 1) 3cm 2) 2cm **18.** ㄱ) 약 $2.7cm^2$

ㄴ) $(1-\frac{\pi}{4})a^2\ cm^2$

제6장

1. $3^{3^2}>2^{2^3}>(2^2)^3>2^{2+3}>2^3$ **2.** 2) $3^8<27^3$ 3) $8^9<2^{28}$ 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}>\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$ 5) $20^{20}\cdot5^{15}>(10^5)^3$ **3.** $2^{20}=8^{\frac{20}{3}}=16^5=32^4=64^{\frac{10}{3}}$

5. $2^{3^2}=2^9$, $(2^3)^2=2^6$ 1) 1:3 2) 9:1 3) 3:1 **6.** 2) $5^{14}-5^{12}=$ $=5^{12}(25-1)=5^{11}\cdot120$, 옳다. 3) $3^{28}-3^{27}-3^{26}=3^{26}(9-3-1)=$ $=3^{26}\cdot5=3^{24}\cdot45$, 옳다. 4) $10^{10}\cdot111=2^{10}\cdot5^9\cdot555$, 옳다.

7. 1) $x^2+10x-5$ 2) $6x^3-5x^2-4x+8$ 3) $6x^4-13x^3+2x^2+11x-10$ 4) $3x^6-11x^5+13x^3+x^2+6x-12$ **8.** 1) x^8-1 2) $9x^4-6x^3+x^2-4$ 3) $x^4-10x^3+35x^2-50x+24$ 4) x^6-1 **9.** $47\cdot43=4\cdot(4+1)\cdot100+7\cdot3=2021$, $68\cdot62=6\cdot(6+1)\cdot100+8\cdot2=4216$ **10.** 1) $(x+y+5)(x+y-2)$ 2) $(2a-3b+8)(2a-3b-6)$ 3) $(2x-2y-1)(x-y-1)$

4) $(x+y)(xy+x-3)$ **11.** 1) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ 2) $(x+4)(x-1)(x^2+3x+6)$ 3) $(x+y-3)(x-y+1)$ 4) $(a-b)(b-c)(a-c)$ 5) $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$ 6) $(3x^2+1)(x^2+3)$ 7) $(x^2-y^2+3xy)(x^2-y^2-3xy)$ 8) $(x^2+x+1+a)(x^2-x+1-a)$ **12.** 1) $(2a-b-5)(2a-b-1)$ 2) $(x-1)(x^2+4x+7)$ **13.** 1) $(x-1)(x^2+x+1)(x^6+2x^3+3)$ 2) $(a^{2n}+a^n+1)(a^{3n}-a^n+1)$ **14.** 1) $(x^2+5x+7)(x^2+5x+3)$ 2) $(x+5)(x-2)(x^2+3x+12)$ 3) $(x^2+8x+6)(x^2+4x+6)$ **15.** 13, 35 **16.** 3 **17.** 있음

제7장

1. 5.25cm **2.** 평행 **4.** 1:8 000 **5.** 18km **6.** 60 000m^2 **7.** 1) 28cm, 2배 2) 40cm^2, 4배 **8.** 12.6km

제8장

1. ㄱ) 36 ㄴ) 26 **2.** 12가지 **4.** 1 680개

제9장

2. 1) 28개 2) 4개 **5.** 1) 평행4변형 2) 바른다각형 3) 바른다각형, 합동 4) 합동, 바른제형 **7.** 겉면적은 2^2배, 3^2배, 체적은 2^3배, 3^3배 **9.** 10cm, 8cm, 12cm **10.** AB가 축일 때 $48\pi\mathrm{cm}^2$, $45\pi\mathrm{cm}^3$, BC가 축일 때 $80\pi\mathrm{cm}^2$, $75\pi\mathrm{cm}^3$ **11.** 765.24cm^3 **13.** ㄱ) 약 0.032m^3 ㄴ) 314cm^3 **14.** 1) 3번 2) 8번, 27번 3) 5^2배, 8^2배, ⋯ , n^2배 **16.** $87\pi\mathrm{cm}^2$, $108\pi\mathrm{cm}^3$ **17.** $36\pi\mathrm{cm}^2$, 같음

수 학(중학교 제2학년용)

집필 교수 박사 류해동, 부교수 남호석, 부교수 홍성구, 박사 부교수 장옥란, 황철룡, 김연희, 리복화

심사 심의위원회

편집 변정학

교정 한순희

장정 홍경희, 류명심

콤퓨터편성 변정학

낸곳 교육도서출판사

인쇄소 외국문출판사인쇄공장

인쇄 주체99(2010)년 3월 1일

발행 주체99(2010)년 3월 10일

교－09－593－1　　값 10 원